

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Higher Normal School Education
of Technological-Skikda, Algeria
Department of Technology



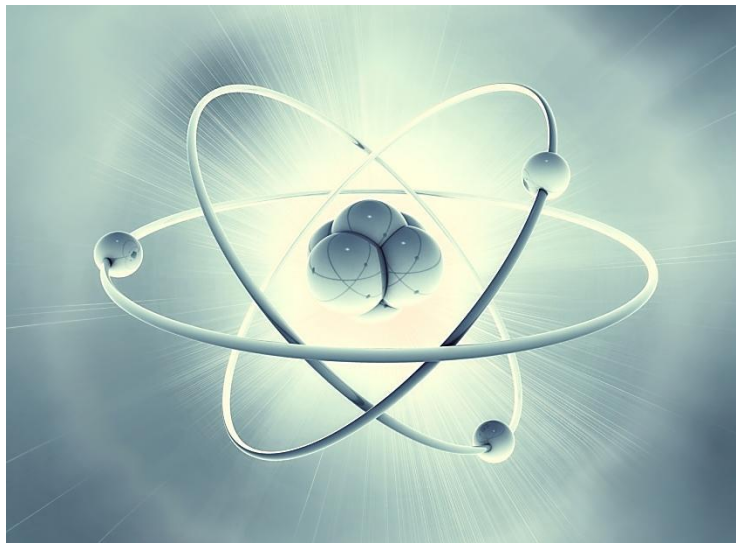
المدرسة العليا لأساتذة
التعليم التكنولوجي - سكيدة، الجزائر
قسم التكنولوجيا

محاضرات ومسابقات محلولة في الفيزياء الذرية

من إعداد الأستاذ : حساينية عمارة.

جوان 2022

موجهة: لطلبة السنة الثانية أستاذ تعليم ثانوي - تكنولوجيا -



محتوى المقرر Course syllabus

هذا المقرر يعرف الطالب بأساسيات الفيزياء الحديثة، وبشكل خاص النقطتين الأساسيتين ما قبل نظرية الكم ونقصد بذلك الفيزياء الكلاسيكية وفيزياء ما بعد "نظرية الكم" من خلال هذا المقرر نقدم بعض المفاهيم المثيرة في الفيزياء الذرية والنوية والتي تم تطويرها في القرن العشرين الميلادي. كما نركز في كل فصل على تطبيقات هذا الأخير في جميع مجالات الفيزياء الحديثة دون ان ننسى الجانب التاريخي لكل فصل وهذا من شأنه ان يعرف الطالب كيف يدقق ويدير عجلة التفكير العلمي الصحيح.

Lecturer: Dr A. HESSAINIA حساينية

Office: Department of Physics and Technology.

Office phone :

Email address: omar52@yahoo.fr

Class hours:

(السداسي الأول والثاني)		المعامل: 3	المستوى: السنة الثانية PEST
المجموع	الأعمال التطبيقية	الأعمال الموجهة	الدروس
03 h	/	1.5 h	1.5 h

Textbook Atomic Physics

المؤلف	عنوان الكتاب	هيئة النشر	لغة الكتاب
Arthur Beiser	Concepts of Modern Physics", 6th ed	McGraw-Hill, 2003	انجليزي
Kenneth S. Krane	Modern Physics	Wiley, 2012	انجليزي
J. Taylor, C. Zafiratos, M. Dubson	Modern Physics	Addison-Wesley, 2003	انجليزي
Raymond A. Serway, Clement J. Moses, Curt A. Moyer,	Modern Physics, Third Edition	Thomson Learning Academic Resource Center, 2005	انجليزي

Textbook Nuclear Physics

المؤلف	عنوان الكتاب	هيئة ودور النشر	لغة الكتاب
Kenneth S. Krane	Introductory Nuclear Physics	Wiley (1987)	انجليزي
J. Lilly	Nuclear Physics: Principles and Applications	Wiley (2001)	انجليزي
W. N. Cottingham and D. A. Greenwood	Elements of Nuclear Physics	Longman (1979).	انجليزي

الإمتحانات Exams ومعايير تقييم الطالب:

هناك اختبارين لهذا المقرر. الامتحان الأول والثاني بالإضافة الى علامة الاعمال الموجهة.

نقطة TD	EMD2	EMD1	Total
	الامتحان الثاني	الامتحان الأول	
33.3%	33.3%	33.3%	100%

معايير تقييم الطالب في الاعمال الموجهة:

- الانضباط
- المشاركة في حل المسائل اثناء الحصة
- انجاز الواجبات (واجبين في كل سداسي)
- انجاز بحث مع مراعاة تقنيات البحث الحديثة (طرح اشكالية، اعمال سابقة، الهدف من البحث، طرق البحث في الطرق البحث في الدوريات، المراجع).

عدد الأسابيع	المحتوى
3	<p>1- الفيزياء الذرية</p> <p>1- أثنية المادة و الإشعاع</p> <p>- إشعاع الجسم الأسود ونظرية الكوانتا Theory of Quanta</p> <p>- التفاعل إشعاع - مادة (الظاهرة الكهروضوئية- مفعول كومبتون)</p> <p>- موجات دي برولييه، علاقات عدم التحديد لـ Heisenberg</p>
3	<p>2 - النماذج الذرية</p> <p>- نموذج بور</p> <p>- طيف ذرة الهيدروجينية</p> <p>- ذرة سومر فلد</p>
2	<p>3 - المطيافية الذرية يدمج هذا الفصل مع فصل النماذج الذرية</p> <p>- مدة حياة الحالة المحرصة</p> <p>- الخطوط الطيفية</p> <p>- اتساع الخط الطيفي Width of spectral line (الاتساع الطبيعي- اتساع دوبلر Doppler)</p> <p>- وصف تركيب تحليل الاطياف الذرية (المنابع- المطياف - الكواشف)</p>
3	<p>4 - التفاعل المغناطيسي في الذرات</p> <p>- العزوم المغناطيسية للذرات احادية الالكترون (مقاربة كلاسيكية)</p> <p>- التفاعل لف - مدار</p> <p>- انحلال الخطوط الطيفية في الحقل المغناطيسي الضعيف (فعل زيمان Zeeman effect).</p> <p>- تجربة ستيرن وجيرلاش Stern-Gerlach experiment</p>
3	<p>5 - الأشعة السينية (اشعة X)</p> <p>- انتاج والامتصاص</p> <p>- قانون موزلي</p> <p>- تطبيقات الاشعة السينية</p>

ملاحظة هامة

يُدمج: فصل المطيافية الذرية مع فصل النماذج الذرية.

01	الفصل الأول: ازدواجية موجة – جسيم
02	مقدمة
02	الاشعاع الحراري
02	الجسم الاسود تعريف
03	طيف الجسم الاسود
04	محاولات وتفسيرات النظرية الكلاسيكية لطيف الإشعاع المنبعث من الجسم الاسود
04	تفسير رايلي وجينز Rayleigh-Jeans
06	تفسير فيان Wien's
07	علاقة بلانك (ميلاد نظرية الكم 1901)
09	بعض العلاقات الهامة في إشعاع الجسم الأسود
09	قانون الازاحة لفين 1893 Wien's displacement law
11	قانون ستيفان –بولتزمان Stefan-Boltzman
11	تطبيقات الجسم الاسود Application of Black Body
12	ملخص بعض المفاهيم وخصائص طيف الجسم الاسود
13	مسائل متدرجة في الصعوبة وحلول
21	الظاهرة الكهروضوئية photoelectric Effect
22	الدراسة التجريبية
24	العلاقة بين تردد الاشعاع والطاقة الحركية الاعظمية
25	العلاقة بين شدة التيار الكهروضوئي وفرق الجهد المطبق
26	الظاهرة الكهروضوئية بين التفسير الكلاسيكي والتجربة
26	المردود الكمي الظاهرة الكهروضوئية
26	تطبيقات الظاهرة الكهروضوئية
33	الملاحظات التجريبية للظاهرة وتفسير مفعول كومبتون
34	التفسير الكلاسيكي والكمي
34	التفسير وفق النظرية الكلاسيكية
34	التفسير وفق النظرية الكمية وايجاد صيغة كومبتون

- 37.....ملاحظات هامة حول المحتوى الفيزيائي لعلاقة كومبتون.
- 38.....تلخيص وإضافة بعض النتائج المفيدة الأخرى
- 39.....تطبيقات ظاهرة كومبتون.
- 40.....مسائل متدرجة في الصعوبة وحلول
- 43..... Wave Like Behavior of Matter السلوك الموجي للمادة
- 43..... De Broglie wave امواج دي برولي
- 44..... Principle, Explained Heisenberg Uncertainty شرح مبدا الارتياح لهيزنبراغ
- 44..... التعبير عن مبدا الارتياح لهيزنبراغ بدلالة الطاقة الحركية
- 46.....مسائل متدرجة في الصعوبة وحلول
- 48..... الفصل الثاني: النماذج الذرية
- 49..... Bohr model نموذج بور للذرة
- 50..... نموذج بور لذرة الهيدروجين واشباه ذرة الهيدروجين
- 50..... ايجاد نصف قطر و سرعة الالكتران حول النواة
- 53..... طاقة الالكتران الكلية حسب فرضية بور تكميم الطاقة
- 53..... الطيف الخطي ومستويات الطاقة لذرة الهيدروجين
- 55..... تبسيط معادلة قيم الطاقة الممكنة لذرة الهيدروجين
- 55..... طاقة التأيين (التشرد)
- 56..... الاطياف الذرية
- 58..... اشتقاق الفرضية الثانية لبور ومعناها الفيزيائي
- 58..... قاعدة التكميم لدلسيون و سمر فيلد
- 58..... المعنى الفيزيائي لفرضية بور
- 59..... اوجه نجاح و فشل نموذج بور
- 60..... تعديلات في نموذج بور الذري
- 60..... الكتلة المختزلة (Reduced Mass)
- 60..... ايجاد عبارة الكتلة المختزلة للإلكترون
- 61..... ايجاد عبارة العزم الحركي الكلي للنظام (كمية الحركة الكلية للنظام)
- 62..... عبارة ثابت ريدبراج في تقريب النواة المتحركة

64.....	Sommerfeld Model	تعديلات سمر فيلد المدارات الإهليلجية
65.....	Degeneracy	الشقائق
67.....	(The Fine Structure)	عبارة طاقة الالكترون الكلية في نموذج سمر فيلد (البنية الدقيقة)
68.....		عيوب نموذج سمر فيلد الذري
69.....		العدد الكمي المداري والعزم المداري للإلكترون (العلاقة الكمية)
70.....	Quantization of angular-momentum direction	تكميم اتجاه العزم الزاوي
70.....	Magnetic Quantum Number	العدد الكمي المغناطيسي وتفسيره الفيزيائي
71.....	S	العدد الكمي اللفي s و العزم الزاوي السبيني S
73.....		العزم الزاوي الكلي للذرات أحادية الإلكترون
73.....		التمثيل الطيفي (الرمز الطيفي) للذرات وحيدة الالكترون
76.....		مسائل متدرجة في الصعوبة وحلول
84.....		الفصل الثالث: العزم المغناطيسي لذرة الهيدروجين
86.....		مقدمة
86.....		الدراسة الكلاسيكية
88.....		الدراسة الكمية وأثر المجال المغناطيسي الخارجي المنتظم
90.....	Magnetic Energy	طاقة التفاعل بين العزم المغناطيسي المداري و المجال المغناطيسي الخارجي
92.....	Zeeman effect	تأثير زيمان زيمان
93.....		العزم المغناطيسي لسبين الالكترون
94.....	Uhlenbeck and Goudsmit	تفسير جود سميت النبيك
94.....		العزم المغناطيسي اللفي (الذاتي) للإلكترون
95.....		طاقة التفاعل بين العزم المغناطيسي اللفي و المجال المغناطيسي الخارجي
96.....		العزم المغناطيسي الكلي للإلكترون
96.....		النموذج الشعاعي
97.....		الشكل المكتم
97.....	Spin-Orbit Interaction	التفاعل سبين – مدار او تفاعل البنية الدقيقة
98.....		التفاعل سبين – مدار

99.....	تجربة ستيرن وجير لاش
100.....	خطوات سير عمل التجربة
101.....	الدراسة النظرية
102.....	المشاهدة التجريبية والنتائج
104.....	مسائل متدرجة في الصعوبة وحلول
111.....	<u>الفصل الرابع: الاشعة السينية</u>
113.....	مقدمة
113.....	اكتشاف الاشعة السينية و خواصها العامة
113.....	مصادر اشعة السينية
113.....	انتاج الاشعة السينية (انبوبة كولدج)
115.....	طريقة العمل لانبوبة انتاج الاشعة السينية
115.....	الطيف المستمر وبعض خصائصه Continuous Spectrum
115.....	قانون دوان وهانت Duane and hunt's law
118.....	الطاقة المشعة والاستطاعة المشعة لأنبوبة الأشعة السينية
119.....	مردود أنبوبة الأشعة السينية
119.....	الطيف المميز أو طيف الخطوط
120.....	تسمية الخطوط المميزة
122.....	قانون موزلي Moseley's law وتردد بعض الخطوط المميزة K_{α} و K_{β}
123.....	تردد وطاقة الخطين K_{β} ، K_{α}
123.....	تردد وطاقة الخطين L_{β} ، L_{α}
125.....	دراسة البلورات بالأشعة السينية (X-ray crystallography (XRC
126.....	قوانين تخامد (توهين) الأشعة السينية The laws of X-rays and rays attenuation
126.....	التخامد في الوسط المادي Attenuation in material medium
128.....	التخامد في الخلاء
129.....	استخدامات الاشعة السينية
130.....	مسائل متدرجة في الصعوبة وحلول
132.....	قائمة المراجع

الفصل الاول



ازدواجية موجة – جسيم

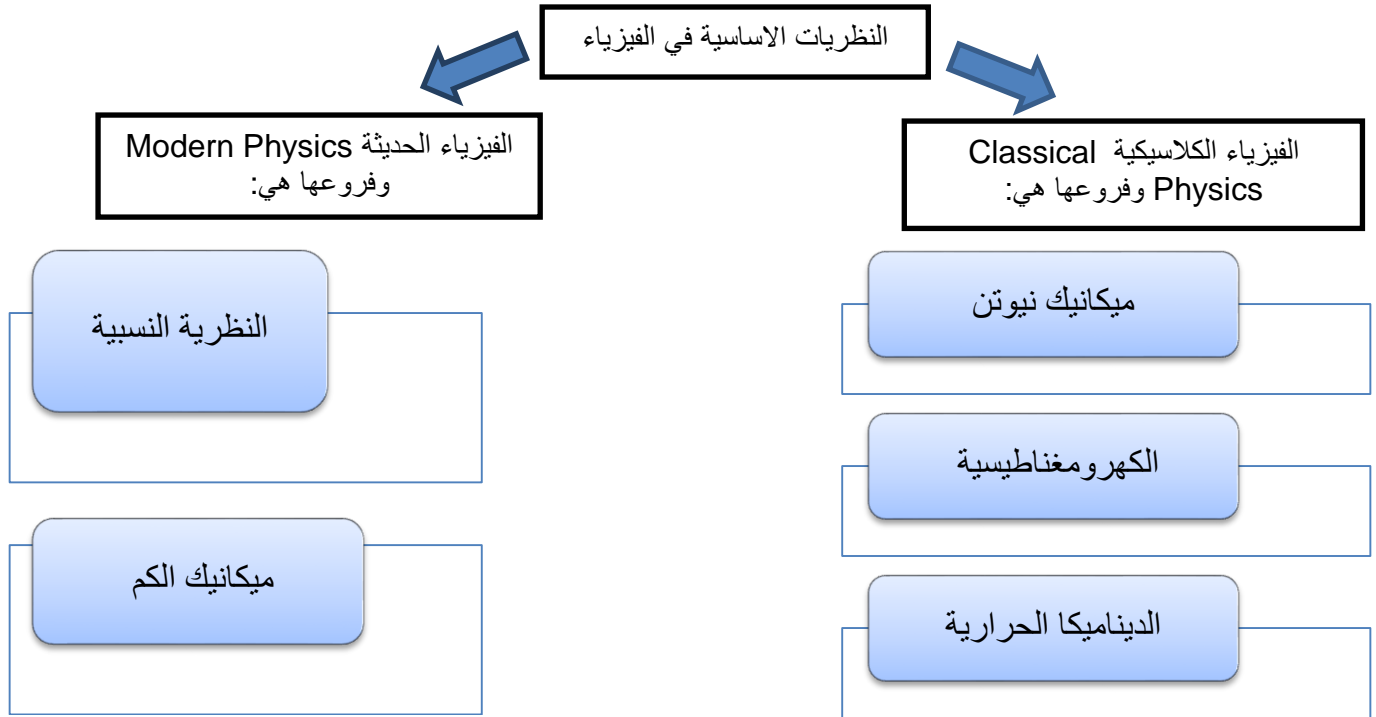
Wave–particle Duality



ماكس كارل إرنست لودويغ بلانك
Max Karl Ernst Ludwig
Planck) Nobel prize 1918

- يتوقع من الطالب في نهاية هذا الجزء ان يكون قادرا على:
- الملاحظات التجريبية ومحاولات العلماء لتفسير الاشعاع الحراري للجسم الاسود وسبب فشل النظرية الكلاسيكية.
 - نجاح النظرية الكمية لبلانك في ايجاد صيغة نظرية تتوافق مع النتائج التجريبية لطيف الجسم الاسود.
 - ميلاد النظرية الكمية.
 - بعض العلاقات المستنتجة من نظرية إشعاع الجسم الأسود.
 - بعض تطبيقات إشعاع الجسم الأسود في الحياة اليومية.

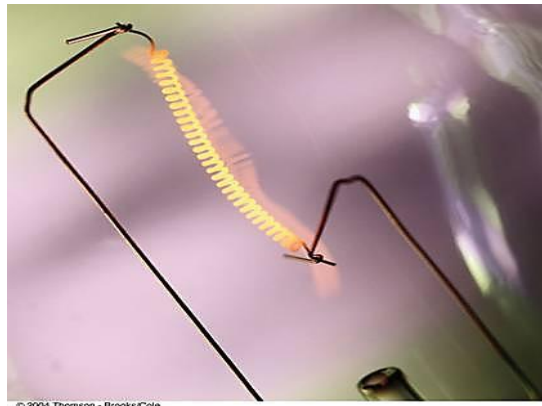
لقد شهدت نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين العديد من الظواهر الفيزيائية التي لم يتيسر فهمها باستخدام النظريات الكلاسيكية المعروفة سابقا (النظرية الكهرومغناطيسية وقوانين نيوتن) ومن أهم هذه الظواهر ظاهرة إشعاع الجسم الأسود والظاهرة الكهروضوئية وظاهرة كومبتون والتي تأخر تفسيرها إلى أن وضعت نظرية جديدة توضح وتحدد الطبيعة الموجية والجسيمية للضوء أحدثت ثورة علمية عالمية في الفيزياء انها الفيزياء الحديثة.



لا شك إن ظاهرة إشعاع الجسم الأسود نلاحظها في حياتنا اليومية فعند تسخين جسم ما مثل الحديد نلاحظ إن الجسم عندما ترتفع حرارته يبدأ في إشعاع لون قريب من اللون الأحمر وعندها تكون درجة حرارة الجسم تقارب 700°C ثم بزيادة الحرارة يتحول إلى اللون البرتقالي وهكذا حتى يصل إلى اللون الأبيض والذي يدل على أن الجسم وصل إلى درجة حرارة 1200°C درجة مئوية. يمكن اخذ مثال اخر وهو فتيلة المصباح الكهربائي لتنغستن التي تعطي الضوء الأبيض فإن حرارتها ترتفع بمرور التيار الكهربائي فيها إلى إن تصل درجة الحرارة إلى 2500°C .

1. الإشعاع الحراري

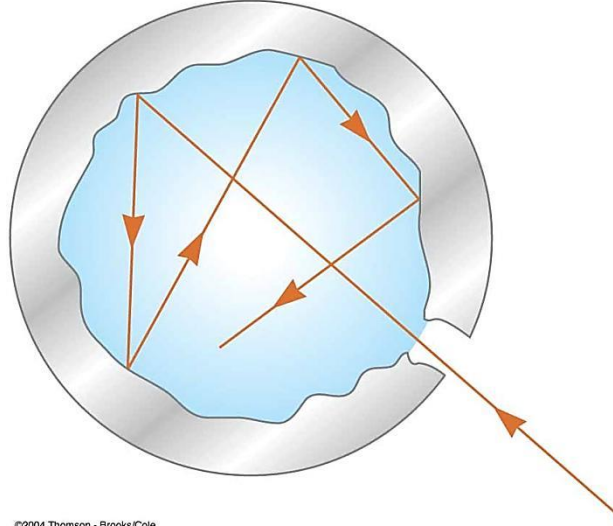
ينبعث إشعاع كهرومغناطيسي من كل الأشياء الساخنة درجة حرارتها أكبر من 0 المطلق يسمى بالإشعاع الحراري. كمية هذا الإشعاع الحراري المنبعث من الجسم يزداد بزيادة درجة حرارة ويقل بنقصانها.



ما هو الجسم الاسود؟

2. الجسم الاسود

يمتص الجسم الأسود كل الإشعاع الساقط عليه، ومن المعروف إن الجسم عندما يمتص كمية من الحرارة يبعث الجسم هذه الحرارة بعد إن يصل إلى حالة الاستقرار الحراري وهي الحالة عندما تكون درجة حرارة السطح ثابتة. لقد لاحظ العلماء أن الجسم الأسود يمتص كل حزمة الاطوال الموجية الساقطة عليه وبعد فترة يبعث هذا الإشعاع مرة أخرى. ويمكن صناعة نماذج للجسم الأسود على شكل تجويف به فتحة صغيرة يدخل منها الإشعاع ويبدأ الإشعاع بالانعكاسات المستمرة بداخله إلى أن يفقد كل طاقته بالداخل لذلك نقول ان هذا التجويف مطلق الامتصاص انظر الشكل (1-1).

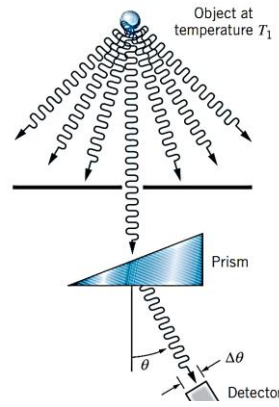
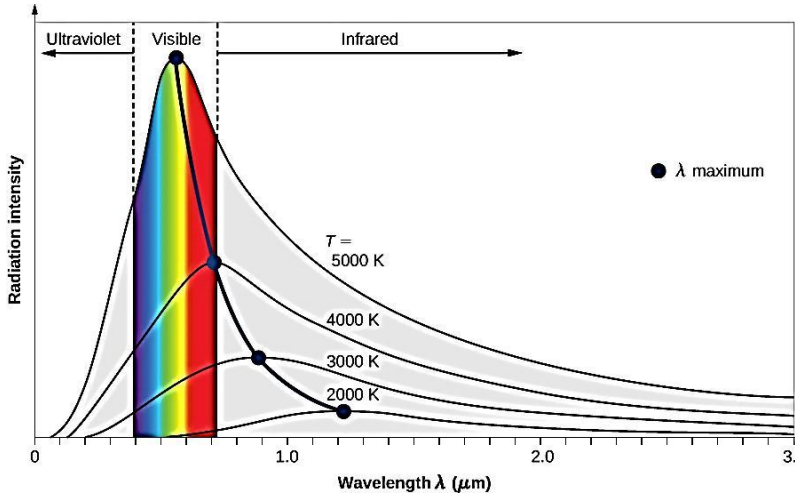


©2004 Thomson - Brooks/Cole

شكل (1-1): رسم تخطيطي لجسم اسود مثالي والذي هو عبارة عن فتحة في تجويف مغلق.

3. طيف الجسم الاسود

الشكل (2-1) يوضح المنحنيات التجريبية لتوزيع شدة الإشعاع الطيفي الجسم الأسود عند درجات حرارة مختلفة بدلالة الطول الموجي. طيف كثافة الطاقة يمثل تغير كمية الطاقة التي يشعها الجسم الاسود لكل مجال عنصري للأطوال الموجية $d\lambda$ في وحدة الزمن.



شكل (2-1): طيف كثافة توزيع شدة الإشعاع للجسم الاسود عند درجات حرارة مختلفة بدلالة الطول الموجي.

يمكن تلخيص بعض الملاحظات الهامة حول طيف اشعاع الجسم الاسود والتي سنعود لها لاحقا بالتفصيل. \oplus الطاقة الكلية المشعة من الجسم الاسود تتمثل في المساحة المحصورة تحت المنحنى وهي تمثل رياضيا تكامل دالة التوزيع بالنسبة لطول موجي او التردد على كامل الطيف اي

$$U = \int_0^{\infty} u(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} u(\nu, T) d\nu$$

هذه الاخيرة تزداد بزيادة درجة حرارة انزان الجسم الاسود شاهد زيادة المساحة المحصورة بزيادة درجة الحرارة في الشكل (1-2).

- ⊕ من الملاحظ ان لكل وحدة طول موجي $d\lambda$ هناك قيم مختلفة لكثافة الطاقة المنبعثة.
- ⊕ لكل الاطوال الموجية القصيرة جدا والطويلة جدا تكون كمية الطاقة المنبعثة صغيرة ولكن عند طول موجي محدد λ_{max} يتعلق بدرجة الاتزان الحراري للجسم الاسود تبلغ شدة الاشعاع أقصى قيمة لها.
- ⊕ تنزاح قمة الطيف بارتفاع درجة حرارة الجسم الاسود T في اتجاه الاطوال الموجية القصيرة.

4. محاولات وتفسيرات النظرية الكلاسيكية (Classical Theory) لطيف الإشعاع المنبعث من الجسم الاسود

لقد حاول العديد من الفيزيائيين النظريين في نهاية القرن الـ 19 تقديم نموذجا فيزيائيا يتنبأ بالتوزيع الطيفي لشدة الاشعاع الصادر عن الجسم الاسود وذلك من وجهة النظر الكلاسيكية

1.4. تفسير رايلي وجينز Rayleigh-Jeans

اقترح العالمان رايلي وجينز تصورا لسبب انبعاث اشعاع من داخل تجويف الجسم الأسود اكثر شمولية من صيغة فين مبني على الفروض التالية:

- ⊕ أن جدران الجسم تتكون من ذرات وهذه الذرات بها شحنات تتحرك حركة اهتزازية بناء على النظرية الكلاسيكية التي تنص بأن الشحنات المتسارعة تنطلق منها موجات كهرومغناطيسية وبالتالي فإن الإشعاع يمكن أن ينطلق من هذه الذرات وبهذه الطريقة ينبعث الإشعاع من الجسم الاسود.
- ⊕ الموجات الكهرومغناطيسية المكونة للاشعة الحرارية تشكل عدد هائل من الموجات الموقوفة *standing waves* داخل تجويف الجسم الاسود.
- ⊕ يعكس جدار التجويف كليا الموجات الكهرومغناطيسية الساقطة عليه لا يحدث لها امتصاص مطلقا.

2.4. استنتاج صيغة رايلي وجينز

المرحلة الاولى حساب عدد الموجات الموقوفة (المهتزازات)

عدد الموجات الموقوفة $N(\nu)$ في المجال العنصري للتردد $d\nu$ في وحدة الحجم داخل التجويف:

$$N(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu \quad (1-1)$$

عدد الموجات الموقوفة لا يعتمد على شكل التجويف، لاحظ معي انه كلما زاد تردد الاشعاع اصغرت طول موجته فيزياداد عدد الموجات الموقوفة $N(\nu)$.

المرحلة الثانية حساب الطاقة المتوسطة للموجة الموقوفة

بناء على علاقات الميكانيك الاحصائي الكلاسيكي classical statistical mechanics لماكسويل - بولتزمان يمكن حساب الطاقة المحمولة بواسطة كل موجة كالاتي:

1- طاقة كل متذبذب او هزاز توافي تأخذ أي قيمة $0 \leq \epsilon \leq \infty$

$$P(\epsilon) = e^{-\epsilon/k_B T}$$

2- عندما تكون المهتزازات في حالة توازن فان طاقة الهزاز تحدث باحتمال نسبي يساوي

$$\text{Boltzmann's constant } k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$$

T : درجة حرارة الاتزان للجسم الاسود بالكلفن.

يتم توزيع الطاقات حسب توزيع ماكسويل بولتزمان:

$$N(E) = \frac{N}{k_B T} e^{-E/k_B T} \quad (1-2)$$

وعليه يمكن الحصول على الطاقة المتوسطة لكل هزاز توافقي \bar{E} بأجراء التكامل كما يلي:

$$\bar{E} = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} E \cdot N(E) \cdot dE = \frac{1}{k_B T} \int_0^{\infty} E \cdot e^{-E/k_B T} \cdot dE \quad (1-3)$$

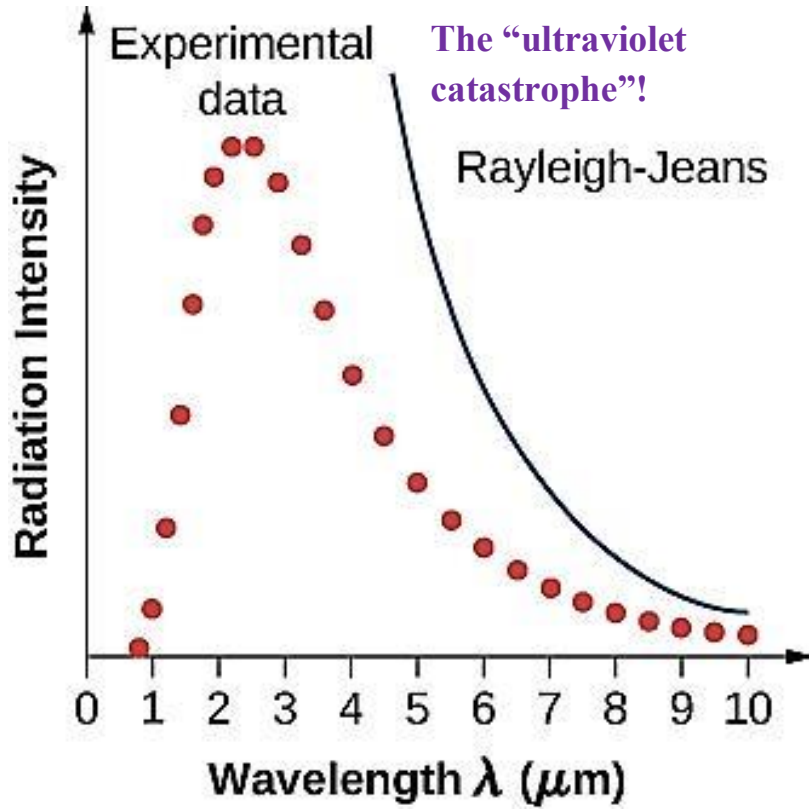
نضع

$$x = E / k_B T \rightarrow dx = \frac{dE}{k_B T} \quad (1-4)$$

$$\bar{E} = \frac{1}{N} \int_0^{\infty} E \cdot N(E) \cdot dE = \frac{(k_B T)^2}{k_B T} \int_0^{\infty} x \cdot e^{-x} \cdot dx = k_B T \quad / \int_0^{\infty} x \cdot e^{-x} \cdot dx = 1$$

وتوصلا في الاخير إلى أن توزيع هذا الإشعاع يعطى بالصيغة التالية:

$$u(\nu) d\nu = N(\nu) \cdot \bar{E} = \frac{8\pi \nu^2 k_B T}{c^3} d\nu \quad (1-5)$$



شكل (3-1): طيف الجسم الاسود من العلاقة النظرية لرايلي وجينز مقارنة بالطيف التجريبي.

ملاحظات هامة

- ⊕ كلاسيكيا يمكن ان يحمل التجويف عدد لانهائي من الامواج الكهرومغناطيسية ذات الاطوال الموجية القصيرة ويحدث العكس بالنسبة للأطوال الموجية الطويلة وعلى هذا الاساس تكون كثافة الطاقة في منطقة الترددات الكبيرة جدا لا نهائية لاحظ العلاقة رقم (5-1) فصيغة رايلي وجينز لا تتفق مع الملاحظات التجريبية عند الاطوال الموجية القصيرة كما هو موضح في الشكل (3-1).
- ⊕ التناقض بين النظرية والتجربة في صيغة رايلي وجينز يعرف بالكارثة الفوق بنفسجية لاحظ معي ان حساب الطاقة التكاملية ادي الى قيمة لا نهائية للطاقة وهذا غير معقول

$$U = \int_0^{\infty} u(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} u(\nu, T) d\nu \rightarrow \infty \quad \text{The “ultraviolet catastrophe”!}$$

الجسم يمكنه ان يبعث طاقة لانهائية عند أية قيمة لدرجة حرارة الاتزان منخفضة او مرتفعة وذلك في مجال الاشعة الفوق بنفسجية.

3.4. تفسير فيان 1897 Wien م

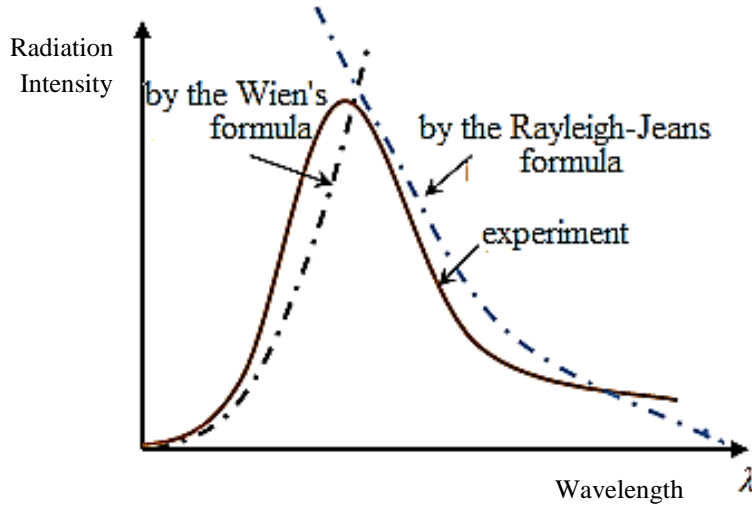
فروض صيغة فيان

- ⊕ الاشعة الحرارية تنتج من البواعث Emitters او مهتزازات صغيرة جدا مشحونة تصل لحجم الجزئي.
- ⊕ تردد الاشعة الحرارية يتناسب طرديا مع طاقة الحرارة للمهتزازات Oscillator.

⊕ كثافة الطاقة في اي مدى اختياري من الاطوال الموجية يتناسب طرديا مع عدد المهتزات التي تملك نفس الطاقة.

اعتمادا على هذه المقترحات، اشتق فيان معادلة لوصف توزيع الطاقة للإشعاع الجسم الاسود على هذا الشكل:

$$u(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot e^{\frac{-hc}{k_B \lambda T}} \quad (1-6)$$



شكل (1-4): طيف الجسم الاسود من العلاقة النظرية لفين مقارنة بالطيف التجريبي وصيغة رايلي وجينز النظرية.

اشكالية

- ⊕ ما هو الخطأ الذي وقع فيه رايلي وجينز، وكذلك فيان في الحصول على علاقة كثافة الطاقة للجسم الاسود؟
- ⊕ كيف نستطيع التخلص من الكارثة فوق البنفسجية؟
- ⊕ عبارة فيان صحيحة عند الاطوال الموجية القصيرة ولا تتفق مع الملاحظات التجريبية عند الموجات صيغة الطويلة او الترددات الصغيرة.
- ⊕ ان الاعتماد على ان الطاقة محمولة على امواج كهرومغناطيسية حيث تكون بشكل مستمر لا يعطي نتائج تتوافق مع التجربة وهذا هو سبب فشل الفيزياء الكلاسيكية في اعطاء تفسير واضح للسلوك الطيفي للجسم الاسود.

4.4. علاقة بلانك (ميلاد نظرية الكم 1901)

افتراض بلانك وكما هو معروف الان ان طاقة المهتزات في الجسم الاسود (الالكترونات) تصدر كمات منفصلة من الطاقة (سميت فيما بعد الفوتونات) وقد اكدت الكثير من التجارب صحة هذه الفرضية.

فروض بلانك:

افتراض بلانك ان الطاقة الممتصة او المنبعثة من المهتزات التوافقية الموجودة في جدران الجسم الاسود يمكن ان تأخذ قيم محددة منفصلة من الطاقة على شكل كمات (quanta).

يمكن أن تأخذ طاقة المهتزات التوافقية قيم منفصلة معينة فقط تكتب على الشكل:

$$\varepsilon_n = nh\nu \quad (n \in \mathbb{N}) \quad (1-7)$$

متوسط الطاقة لكل موجة موقوفة في المهتزات التوافقية حسب فرضية بلانك تكتب على النحو:

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad (\text{instead of } \langle \varepsilon \rangle = kT \text{ in classical theories}) \quad (1-8)$$

وتوصل بلانك إلى القانون التالي لتوزيع كثافة طاقة الجسم الأسود وذلك بالعلاقة التالية:

$$u(\nu, T)d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad (1-9)$$

حيث

λ : الطول الموجي للإشعاع.

T : درجة حرارة الاتزان للجسم الأسود مقدره بـ الكلفن. و h ثابت بلانك

$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$: ثابت بولتزمان (Boltzmann Constant).

c : سرعة الضوء في الفراغ (Speed of Light)

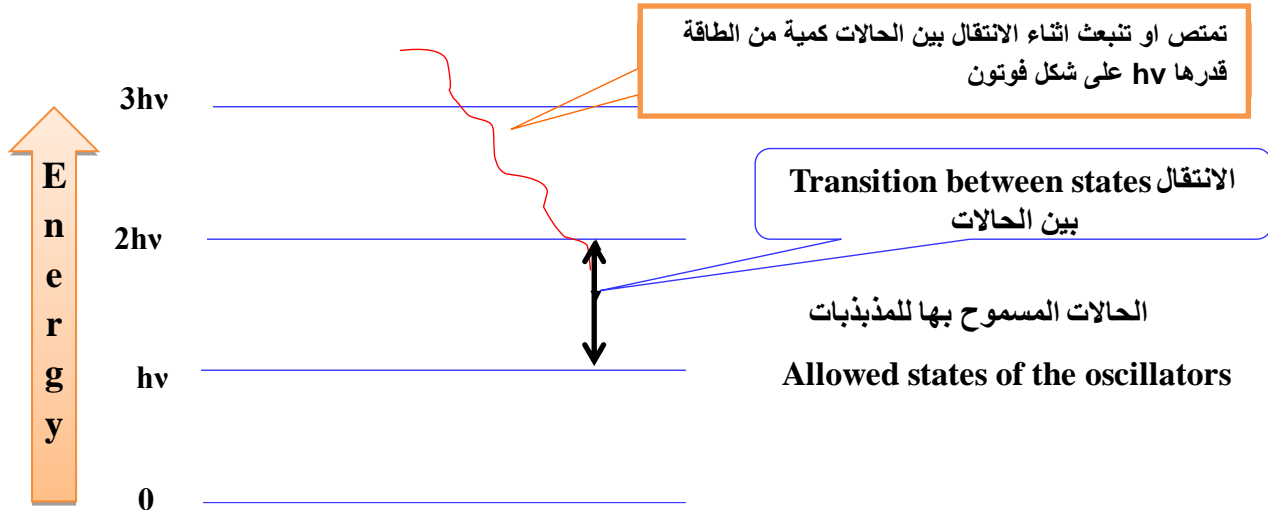


شكل (5-1): مقارنة بين كل من الطيف التجريبي ومنحنى بلانك الكمي ورايلي - جينز الكلاسيكي للإشعاع الجسم الأسود.

ملاحظات هامة

⊕ صيغة توزيع كثافة الطاقة لبلانك تتماشى الى حد بعيد مع النتائج التجريبية لا حظ الشكل (5-1).

- ⊕ تمثل $\epsilon = h\nu$ الفرق بين الحالات الكمية المتتالية الممكنة للنظام وتعرف على انها أصغر طاقة منبعثة او ممتصة يحملها الفوتون وسماها ال كوانتا (Quanta).
- ⊕ حاملات الطاقة هي الفوتونات وليس الامواج الكهرومغناطيسية.
- ⊕ المتذبذب يصدر أو يمتص الطاقة فقط عند الانتقال من حالة كمية إلى أخرى وبشكل متقطع (تكميم الطاقة) كما هو مبين التمثيل التصويري شكل (6-1) للانتقال من حالة كمية لأخرى هذه الطاقة تكون محمولة بواسطة كم واحد من الإشعاع يدعى الفوتون.



شكل (6-1): التمثيل التصويري الانتقال بين حالة كمية لأخرى وفق فرضية بلانك.

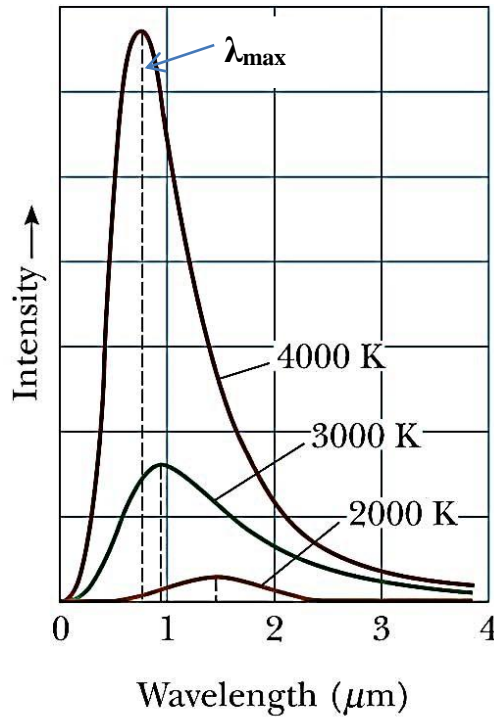
5. بعض العلاقات الهامة في إشعاع الجسم الأسود :

1.5. قانون الإزاحة لفيان 1893 Wien's displacement law

من الملاحظات التجريبية التي نحصل عليها من خلال طيف إشعاع الجسم الأسود وهذا عند درجات حرارة مختلفة كما هو موضح في الشكل (7-1) ان النهاية العظمى (Peak) الموافقة للشدة الاعظمية لكثافة الطاقة المنبعثة تتزاح بجهة الاطوال الموجية القصيرة بزيادة درجة حرارة الاتزان. في سنة 1893م تمكن العالم الفيزيائي الألماني فين من صياغة العلاقة التجريبية التي تربط بين الطول الموجي الذي يحدث عنده انبعاث أكبر قيمة كثافة طاقة الإشعاع الحراري للجسم الأسود ودرجة حرارته المطلقة حسب العلاقة.

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2.9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \quad (1-10)$$

λ_{\max} : طول الموجة التي تكون عندها الطاقة المنبعثة قيمة عظمى.



©2004 Thomson - Brooks/Cole

شكل (7-1): طيف اشعاع الجسم الاسود بدلالة الطول الموجي عند درجات حرارة مختلفة.

(BLACK BODY RADIATION)

مثال 1

نعتبر جسم اسود مثالي، إذا كان الطول الموجي الذي يبعث عنده شدة اشعاع اعظمية هي $\lambda_{\max 1} = 0.60 \mu m$ عند درجة حرارة 300 K ما هو الطول الموجي $\lambda_{\max 2}$ الموافق لشدة الاشعاع الاعظمية عندما تتضاعف درجة حرارة هذا الاخير.

الاجابة

حسب قانون الازاحة لفين

$$\lambda_{\max 1} T_1 = \lambda_{\max 2} T_2 \Rightarrow \lambda_{\max 2} = \frac{\lambda_{\max 1} T_1}{T_2} = \frac{\lambda_{\max 1} T_1}{2T_1} = \frac{\lambda_{\max 1}}{2}$$

$$\lambda_{\max 2} = 0.30 \mu m$$

(BLACK BODY RADIATION)

مثال 2

- جد قيمة الطول الموجي الموافق للطاقة الاعظمية المشعة (ذروة الطيف) لكل مما يلي.
- الشمس باعتبارها تشع كجسم اسود في الفضاء علما ان درجة حرارها السطحية هي 5800K.
 - سلك من التنغستين متوهج موجود في مصباح كهربائي تحت درجة حرارة 2000K.

حسب قانون الازاحة لفيان By Wein's displacement law

أ. الشمس (the sun)

$$\lambda_{\max} T = 2.897 \times 10^{-3} \text{ m.K}$$

$$\lambda_{\max} = 0.50 \mu\text{m}$$

(تبعث اشعاع حراري اقله اشعاع في مجال الاشعة تحت الحمراء (Infrared)

ب. سلك التنغستين (Tungsten)

$$\lambda_{\max} T = 2.897 \times 10^{-3} \text{ m.K}$$

$$\lambda_{\max} = 1.40 \mu\text{m}$$

ملاحظات

- ⊕ علاقة فيان صالحة مهما كان نوع مادة الجسم الاسود بتقريب جيد.
- ⊕ يمكن ايجاد علاقة فيان من اشتقاق عبارة بلانك بالنسبة لطول الموجي باعتبار ان قمة الطيف تحقق

$$\left. \frac{du(\lambda)}{d\lambda} \right|_{\lambda=\lambda_{\max}} = 0$$

(ايجاد صيغة فيان في جزء التمرين)

- ⊕ هذه العلاقة مهمة جدا في ايجاد درجات الحرارة السطحية للنجوم والاجسام من خلال الاطوال الموجية المنبعثة منها.

2.5. قانون ستيفان – بولتزمان Stefan-Boltzman

توصل ستيفان – بولتزمان أن الطاقة الإشعاعية المنبعثة من الجسم الأسود P_s وهي الطاقة المنبعثة خلال وحدة الزمن من كل وحدة مساحة بمعنى اخر الاستطاعة المنبعثة من كل وحدة مساحة تتناسب مع القوة الرابع لدرجة الحرارة المطلقة أي أن:

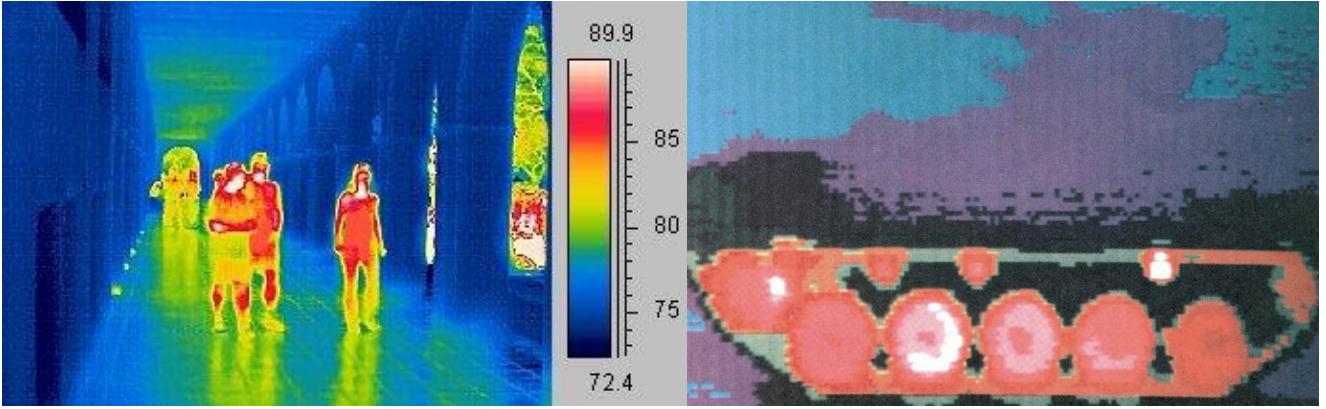
$$P_s = \sigma T^4 \quad (1-11)$$

حيث σ : ثابت ستيفان – بولتزمان

$$\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Watt/m}^2 \text{ K}^4$$

6. تطبيقات الجسم الاسود Application of Black Body

من بين التطبيقات الهامة مراقبة الاهداف الساكنة والمتحركة في الظلام وبصورة واضحة بفعل ما تبعث من اشعاع حراري اعتمادا على الكاميرات الحرارية وهذه الاخير هامة جدا في التطبيقات العسكرية.



شكل (8-1): الأشعاع الحراري المنبعث من الاجسام واستعماله في مجال الكاميرات الحرارية.

يمكن ايضا استعمال علاقة الازاحة لفين في تقدير درجة الحرارة السطحية لشمس وبعض النجوم وكذلك بعض خصائص الطاقة المشعة لهما (energy radiating) والجدول يوضح ذلك.

جدول (1-1): تأثير زيادة درجة الحرارة السطحية على الطول الموجي الموافق لقمة الأشعاع المنبعث.

المجال من الطيف spectrum	$\lambda_{max}(\mu m)$	درجة الحرارة السطحية ($^{\circ}K$)	الشمس Sun
مرئي Visible	0.5	6000	
تحت الحمراء Infrared	10	300	الأرض Earth

ملخص بعض المفاهيم وخصائص طيف الجسم الاسود

U_T	كثافة الطاقة الكلية	يمكن الحصول على كثافة الطاقة الكلية بالتكامل على مدى جميع الترددات لصيغة بلانك $U_T = \int_0^{\infty} u(\nu) d\nu$. وتعتبر عن المساحة المحصورة بين الطيف ومحور الترددات.
P_S	الاستطاعة السطحية: الطاقة المنبعثة من كل وحدة مساحة خلال وحدة الزمن وحدتها W/m^2 وتدعى ايضا الطاقة المشعة من سطح الجسم الاسود خلال وحدة الزمن لا تتعلق بطبيعة السطح	
P	الطاقة المنبعثة من المساحة السطحية الكلية للجسم الاسود خلال وحدة الزمن وحدتها W او الطاقة المشعة من كل سطح الجسم الاسود خلال وحدة الزمن لا تتعلق بطبيعة السطح	$P = P_S \cdot S$ حيث S مساحة سطح الجسم الاسود
علاقة		$U_T = \frac{4}{c} P_S = \frac{4}{c} \sigma T^4$
U	كثافة الطاقة الطيفية في حيز من الترددات dv ، $dv + \nu$	$U = \int_{\nu}^{\nu+dv} u(\nu) d\nu$



مسائل متدرجة في الصعوبة وحلول



معطيات مشتركة:

$h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$	ثابت بلانك
$K = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J}^0\text{K}$	ثابت بولتزمان
$c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$	سرعة الضوء
$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$	ثابت بولتزمان

(BLACK BODY RADIATION)

التمرين الاول (استيعاب المحاضرة)

1. اشرح باختصار المدلول الفيزيائي لقانون الازاحة لفين.
2. ناقش باختصار فشل صيغة رايلي وجينيز في تفسير اشعاع الجسم الاسود.
3. ما المقصود بالكارثة الفوق بنفسجية.
4. بناء على ما درست في المحاضرات ومعلوماتك السابقة هل الضوء جسيم أم موجة؟
سلوك جسيم: إشعاع الجسم الأسود، التأثير الكهروضوئي
سلوك موجة: التداخل والحيود
أي سلوك هو الصحيح؟
كلاهما صحيح، لكنهما يعتمدان على الظاهرة المدروسة.
5. ما المقصود بالاتزان الحراري للجسم الاسود.
عندما يكون الجسم متزنا حراريا تكون درجة حرارته ثابتة فإن معدل امتصاصه للطاقة الحرارية يكون مساوي لمعدل فقدها لها.
6. علل سبب تغير شدة التوزيع الطيفي للإشعاع الجسم الاسود.
7. لا الشدة تختلف عند كل طول موجي وتصل الى قيمة اعظمية عند طول معين ويحتوي على الأطوال الموجية الممكنة بتوزيع متصل.

(BLACK BODY RADIATION)

التمرين الثاني

1. فوتونات تتراوح طاقتها بين 2,4 eV to 120 eV ما هو الطول الموجي الاقصر لهذا الاشعاع؟ حدد تواتره ν ؟
2. كمية من الاشعاع طاقتها الكلية $E=90 \text{ J}$ وطولها الموجي $\lambda=322 \text{ nm}$ احسب عدد فوتونات هذا الاشعاع؟ واحسب الطاقة التي يحملها فوتون واحد
3. استطاعة الحزمة الضوئية المرسله من تلفاز حوالي 2.50 W لإنتاج الصورة. إذا كان الطول الموجي المتوسط الفوتون الناتج هو 550 nm احسب عدد فوتونات هذا الاشعاع التي يصدرها خلال 1 ثانية؟ واحسب الطاقة التي يحملها فوتون واحد؟

1. الطول الموجي الاقصر يوافق الطاقة الاكبر

$$\varepsilon_{\max} \equiv \lambda_{\min} \rightarrow \varepsilon_{\max} = h\nu = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{\varepsilon_{\max}} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{120,1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,03 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 10,34 \text{ nm}$$

2. حساب عدد فوتونات الاشعاع

$$E = N\varepsilon = Nh\nu = N \frac{hc}{\lambda}$$

$$N = \frac{E\lambda}{hc} = \frac{90,322 \cdot 10^{-9}}{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}$$

$$N = 1,46 \cdot 10^{20} \text{ photon}$$

الطاقة المحمولة من قبل الفوتون الواحد

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 6,17 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \text{or} \quad \varepsilon = \frac{E}{N}$$

3. عدد فوتونات الاشعاع

$$P = \frac{E}{t} = \frac{Nh\nu}{t} \rightarrow N = \frac{P \cdot t}{h\nu} = \frac{P \cdot t \cdot \lambda}{hc}$$

$$N = \frac{2,5 \cdot 1,550 \cdot 10^{-9}}{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 6,92 \cdot 10^{18} \text{ photon}$$

هذا العدد الكبير من الفوتونات (الكلمات) يؤدي الى عدم الاحساس بالطبيعية الجسيمية للضوء.

جسم صلب كروي الشكل نصف قطره r مجهول استطاعته المشعة الكلية 100 KW ودرجة حرارته 500°C باعتبار ان هذا الجسم يشع في الفضاء كجسم اسود احسب ما يلي:

1. مساحة سطح الجسم الاسود.

2. نصف قطره r .

3. الطول الموجي الموافق للطاقة الاعظمية المشعة.

معطيات

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

الاجابة

1. مساحة سطح الجسم الاسود
حسب علاقة ستيفان - بولتزمان

$$P = \sigma \cdot T^4 \cdot S$$

$$S = \frac{P}{\sigma \cdot T^4} = \frac{100 \times 10^3}{5.67 \times 10^{-8} (500 + 273)^4} = 4.94 \text{ m}^2$$

2. نصف القطر

$$S = 4\pi r^2$$

$$r = 0.627 \text{ m}$$

3. الطول الموجي الموافق للطاقة الاعظمية المشعة

$$\lambda_m \cdot T = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}$$

$$\lambda_m = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} \text{ m.K}}{T}$$

$$\lambda_m = 3.75 \times 10^{-6} \text{ m}$$

(BLACK BODY RADIATION)

التمرين الرابع

لوحين معدنيين يتصرفان كجسم اسود مثالي أبعاد كل واحد منهما 1.2 m x 0.8 m يتبادلان الحرارة بينهما بالإشعاع فإذا كانت درجة حرارة اللوح الأول K450 والثاني 320K. فاحسب الاستطاعة الكلية المفقودة بالإشعاع من اللوح الأول إلى اللوح الثاني.

يعطى

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4}$$

الاجابة

1. حساب الاستطاعة الكلية المفقودة بالإشعاع
نكتب عبارة الاستطاعة السطحية Ps حسب قانون ستيفان-بولتزمان

$$P = P_s \cdot S = \sigma \cdot S (T_1^4 - T_2^4)$$

$$P = (5.67 \cdot 10^{-8}) (0.96) [(450)^4 - (320)^4] = 1661 \text{ W}$$

صفيحة معدنية تتصرف كجسم اسود تأخذ شكل كرة نصف قطرها 62.7 cm ودرجة حرارتها 500°C . بافتراض انها تتصرف كجسم اسود ميثالي اوجد ما يلي: الطول الموجي الموافق للقيمة العظمي للطاقة المنبعثة.

1. الاستطاعة السطحية والكلية المنبعثة من الكرة.
2. الطاقة الكلية المنبعثة من الكرة خلال 2min.
3. شدة الاشعاع الصادر عن الكرة والمحمول على الموجة التي طولها 551.0 nm. نعتبر ان عرض المجال الطيفي $d\lambda = 2.0\text{nm}$

الاجابة

1. الاستطاعة السطحية والكلية المنبعثة
من قانون الازاحة لفيان نجد:

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2.9 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \rightarrow \lambda_{\max} = 2.9 \times 10^{-3} / 773$$

$$= 3.75 \times 10^{-6} = 3.75 \mu\text{m}$$

- الاستطاعة السطحية المنبعثة
من قانون ستيفان بولتزمان

$$P_s = \sigma \cdot T^4 = 5.67 \cdot 10^{-8} \times 773^4 = 2.02 \times 10^4 \text{ W / m}^2$$

- الطاقة الكلية المنبعثة

2.

$$E = P \cdot t = 10^5 \times 120 = 1.2 \times 10^7 \text{ Watts}$$

3. شدة الاشعاع الصادر عن الكرة و المحمول على الموجة التي طولها 551.0 nm

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \rightarrow du(\nu) = u(\nu)d\nu$$

$$du(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} d\nu$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \rightarrow d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$d\nu = \frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$u(\nu) = \frac{8\pi h c^3}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} d\lambda$$

$$u(\lambda) = 2.85 \times 10^{-7} \text{ J / m}^3$$

(BLACK BODY RADIATION)

التمرين السادس

التوزيع الطيفي لشدة الاشعاع الحراري الصادر عن الجسم الاسود بدلالة التردد يعطى وفقا لفرضية بلانك بالصيغة التالية:

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

1. اوجد عبارة كثافة الطاقة الكلية U.
2. استنتج قانون ستيفان-بولتزمان $p_s = \sigma \cdot T^4$ محددًا عبارة ثابت ستيفان - بولتزمان.
3. اثبت ان هناك علاقة عكسية بين درجة الحرارة والطول الموجي المقابل للقيمة العظمي للانبعاث الحراري للإشعاع الجسم الاسود. وهي $\lambda_m T = constant$ يطلب ايجاد عبارة الثابت.
4. احسب قيمة ثابت التناسب.

معطيات

يعطى حل المعادلة التالية $(5-x)e^x - 5 = 0$ هو $x=4,96511$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

الاجابة

1. اوجد عبارة كثافة الطاقة الكلية لدينا

$$u(\nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

بمكاملة علاقة بلانك على كامل الترددات نجد كثافة الطاقة الكلية

$$U = \int_0^{\infty} u(\nu) d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^{\infty} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}$$

$$U = \frac{8\pi^5 k^4 T^4}{15h^3 c^3}$$

2. استنتاج قانون ستيفان-بولتزمان

$$P_s = \frac{c}{4} U = \frac{c}{4} \cdot \frac{8\pi^5 k^4}{15h^3 c^3} T^4 = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} \cdot T^4$$

وحسب علاقة ستيفان – بولتزمان

$$P_s = \sigma \cdot T^4$$

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2}$$

بالمطابقة نجد

3. ايجاد العلاقة بين درجة الحرارة والطول الموجي الاعظمي (قانون الازاحة لفيان)

من علاقة بلانك بدلالة الطول الموجي

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} \rightarrow du(\nu) = u(\nu)d\nu$$

$$du(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1} d\nu$$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \rightarrow d\nu = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$d\nu = \frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$u(\lambda) = \frac{8\pi hc^3}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda \cdot k_B T}} - 1}$$

$$\frac{du(\lambda)}{d\lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_{\max}} = 0 \quad x = \frac{hc}{\lambda k_B T} \rightarrow 8\pi hc \left[\frac{kT}{hc} \right]^5 \frac{d}{dx} \left(\frac{x^5}{e^x - 1} \right) = 0$$

$$\frac{(5-x)e^x - 5}{(e^x - 1)^2} = 0 \rightarrow \lambda_m \cdot T = \frac{hc}{4.96511k} = 2.9 \cdot 10^{-3} m \cdot K$$

(BLACK BODY RADIATION)

التمرين السابع

اثبت ان علاقة بلانك تؤول الى علاقة رايلي - جينز عند الترددات المنخفضة (الاطوال الموجية الطويلة)؟

الاجابة

من علاقة بلانك بدلالة الطول الموجي

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

عند الاطوال الموجية الطويلة (أي تردد منخفض وبالتالي طاقة الفوتون ضعيفة) $hc \ll \lambda k_B T$ الجزء الاسي يكتب وفق تقريب تايلور (نشر)

$$e^{hv/k_B T} = 1 + \frac{hv}{k_B T} + \frac{1}{2!} \left(\frac{hv}{k_B T} \right)^2 + \dots \approx 1 + \frac{hv}{k_B T} .$$

نأخذ كتقريب

$$e^{hv/k_B T} = 1 + \frac{hv}{k_B T}$$

نعوض في علاقة بلانك نجد

$$u(\nu) = \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\frac{hv}{k_B T}} \approx \frac{8\pi h \nu^3}{c^3} \cdot \frac{k_B T}{h\nu} = \frac{8\pi \nu^2 k_B T}{c^3}$$

لاحظ انها تتوافق مع فرضية رايلي وجينز

(BLACK BODY RADIATION)

التمرين الثامن بدون حل

نهمل تأثير الغلاف الجوي.

يصل ضوء الشمس للأرض بمعدل $I_{\oplus} = 1360 \text{ W/m}^2$ عندما تكون الشمس بشكل عمودي على سطح الأرض.

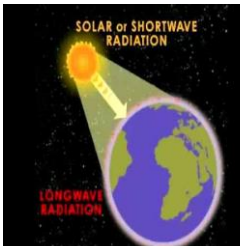
إذا كان نصف قطر مدار الأرض حول الشمس $R_{\oplus} = 1,5 \times 10^{11} \text{ m}$ ونصف قطر الشمس.

1. اوجد عبارة درجة حرارة سطح الشمس بافتراض انها تشع كجسم اسود بدلالة $R_{\oplus}, R_{\odot}, I_{\oplus}, \sigma$ ثم

احسبها.

2. حدد الطول الموجي الموافق للقيمة العظمى للطاقة الطيفية للإشعاع الشمس عند درجة حرارة التوازن.

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2} \text{ K}^{-4} ; \text{ معطيات}$$





Albert Einstein البرت أينشتاين
Nobel Prize 1921
For his explanation
of the photoelectric effect

- يتوقع من الطالب في نهاية هذا الجزء من الفصل ان يكون قادرا على:
- عند الانتهاء من دراسة هذا الجزء من الفصل، يجب على الطالب أن يدرك:
- الملاحظات التجريبية ومحاولات العلماء لتفسير الظاهرة الكهروضوئية
 - يتعرق على ظاهرة الفعل الكهروضوئي ويفسرهما اعتمادا على نظرية أينشتاين.
 - يتعرف على خواص الفوتون ويصوغ قوانين الفعل الكهروضوئي.
 - بعض تطبيقات الفعل الكهروضوئي في الحياة اليومية.

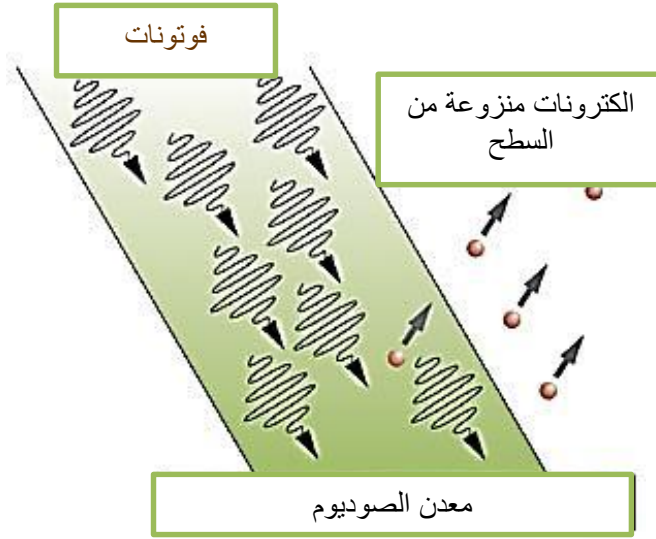
الظاهرة الكهروضوئية Photoelectric Effect

في عام 1886-1887 اكتشف العالم الالماني هاينريش هيرتز Heinrich Hertz، ان الاشعة فوق البنفسجية تسبب انبعاث الالكترونات من سطح المعادن وذلك بعد تسليطها عليها، وتسمى الالكترونات المنبعثة بالالكترونات الضوئية (Photoelectrons) والظاهرة بـ الظاهرة الكهروضوئية.

1. الية الظاهرة الكهروضوئية Photoelectric Effect Mechanism

كيف تحدث ظاهرة التأثير الكهروضوئي وما هي شروط حدوثها ؟

عند تسليط اشعاع من مصدر ضوئي يصدر اطوال موجية مرئية لا نلاحظ انطلاق الالكترونات من سطح معادن معينة كالصوديوم مثلا فالفوتون المسلط يمتص كليا دون تحرير الالكترون لكن عندما نستبدل المصدر الضوئي باخر يصدر اشعاع فوق بنفسجي (ultraviolet light) فان كل طاقة الفوتون يمتص بشكل كلي ويحرر الكترون مع اكسابه طاقة حركية انها الظاهر الكهروضوئية.



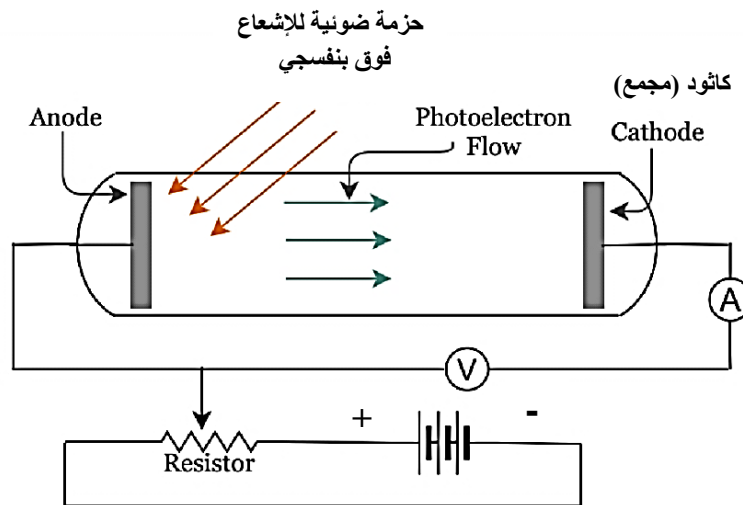
شكل (9-1): مبادئ الظاهرة الكهروضوئية.

بماذا تتعلق الظاهرة ؟

- ⊕ تردد الاشعاع
- ⊕ نوع مادة المعدن الباعث
- ⊕ شدة الاشعاع الكهرومغناطيسي: فالملاحظ ان عدد الالكترونات المنبعثة يتناسب طرذا مع شدة الإشعاع المسلط على السطح.

2. الدراسة التجريبية

الشكل (10-1) يمثل التركيب التجريبي المستعمل في دراسة الظاهرة والمتكون من انبوب من الكوارتز مفرغ من الهواء به صفيحة معدنية تمثل المهبط (Anode) ويقابلها الكاثود (Cathode) مربوطين بمصدر جهد متغير V ، وامبير متر لقياس شدة التيار الكهروضوئي الناتج نتيجة الالكترونات الضوئية المنبعثة من المصعد.



شكل (10-1): رسم تخطيطي للجهاز المستخدم لدراسة التأثير الكهروضوئي.

افترض أينشتاين أن تكميم الطاقة الذي استخدمه بلانك في حل معضلة اشعاع الجسم الأسود يشرح وبشكل مناسب ظاهرة التأثير الكهروضوئي، حيث اعتبر الشعاع الضوئي ذو التردد ν متكون من كمات منفصلة كل منها يحمل عدد هائل من الفوتونات طاقة كل فوتون، الذي يخترق سطح معدن صفيحة الباعث، فيحدث امتصاص كل طاقته بالكامل من قبل إلكترون واحد فقط.

كيف تصرف طاقة الفوتون ؟

شكل (11-1) يوضح مخطط التحول الطاقوي بين الفوتون والإلكترون خلال الظاهرة الكهروضوئية حيث تصرف طاقة الفوتون في شيئين وهما:

⊕ جزء من الطاقة يستنفذ من أجل تحرير الفوتون من سطح المعدن ويدعى دالة العمل (Work function) Φ_0 ويشار إليها بالرمز Φ_0 وهي الطاقة اللازمة لتحرير الإلكترون من السطح بطاقة حركية معدومة والتي وهي خاصية مميزة للمعدن.

⊕ ما تبقى من طاقة الفوتون تستنفذ على شكل طاقة حركية اعظمية K_{max} يكتسبها الإلكترون وسيكون لبعض الإلكترونات طاقة حركية أقل من هذا المقدار على اختلاف بعدها عن سطح المعدن الباعث.

وبالتالي تكتب معادلة حفظ الطاقة على الصورة التالية:

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + \phi_0 \quad (1-12)$$

حيث

h : ثابت بلانك و ν تردد الاشعاع

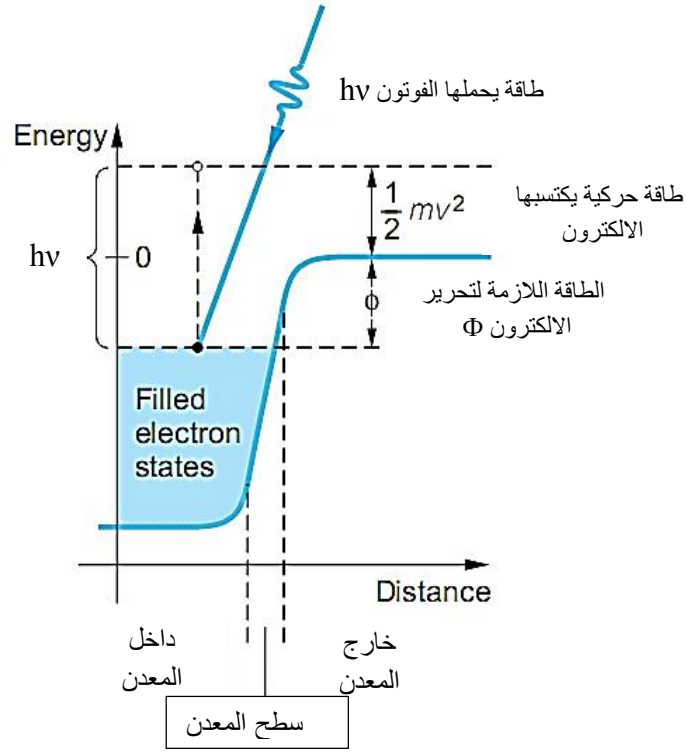
m : كتلة الإلكترون

و $\Phi_0 = h\nu_0$ دالة العمل للمعدن فتصبح العلاقة كالتالي:

$$K_{max} = h\nu - h\nu_0 \quad (1-13)$$

ν_0 تردد العتبة للمعدن (Threshold Frequency).

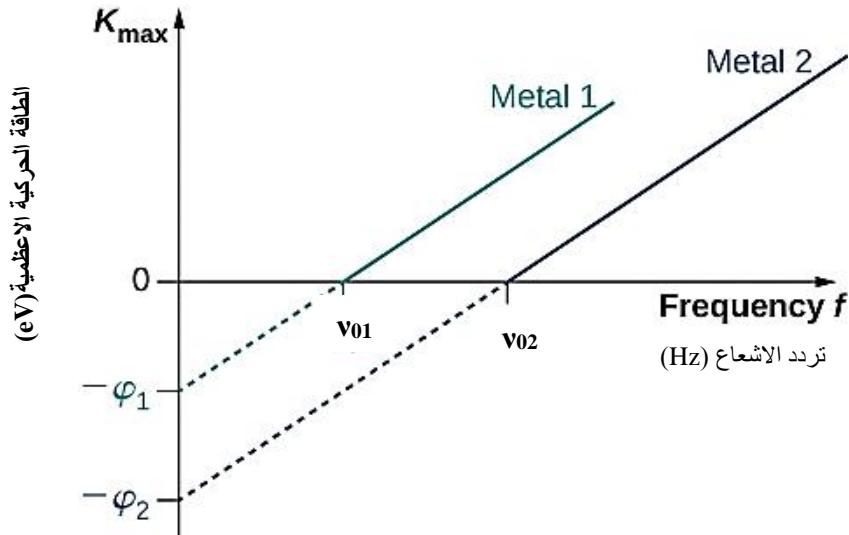
المعادلة (13-1) تعرف باسم معادلة التأثير الكهروضوئي التي صاغها أينشتاين.



شكل (11-1): مخطط التحول الطاقي بين الفوتون والإلكترون في التصادم الكهروضوئية - فوتون خلال الظاهرة الكهروضوئية للإلكترونات المنزوعة تختلف طاقتها الحركية باختلاف بعدها عن السطح.

العلاقة بين تردد الإشعاع والطاقة الحركية الاعظمية

من الواضح من عبارة الطاقة الحركية للإلكترونات انه كلما زاد تردد الإشعاع المسلط على المعدن عن تردد العتبة، زادت خطياً الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة. كما موضح في الشكل (12-1) حيث اخذنا مجموعة مختلفة من المعادن.



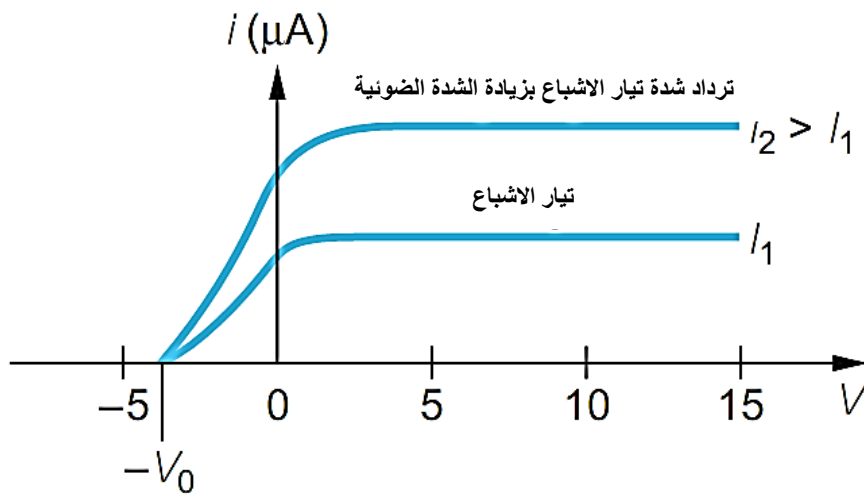
شكل (12-1): الطاقة الحركية للإلكترونات الضوئية المحررة من سطح معدنين مختلفين بدلالة تردد الإشعاع الساقط. يمكن أن يحدث التأثير الكهروضوئي فقط إذا كان التردد أكبر من تردد العتبة ν_0 فالملاحظ ان البيانات خطية بميل واحد.

أن أدنى تردد (ν_0) مطلوب لانبعث الإلكترونات من السطح المعدني ولا يمكن أن نحصل على تيار كهروضوئي إلا إذا كان تردد الأشعة الكهرومغناطيسية أكبر من تردد العتبة.

كيف نحدد تجريبيا قيمة الطاقة الحركية الاعظمية للإلكترون؟

العلاقة بين شدة التيار الكهروضوئي وفرق الجهد المطبق

الشكل (2-13) يوضح تغير شدة التيار الكهروضوئي بدلالة فرق الجهد المطبق بين الباعث والمجمع، فالملاحظ عند قيم عظمى للجهد المطبق (قيم موجبة) فإن التيار يصل الى قيمة حدية ويدعى شدة تيار الاشباع وهذا عند قيمة محددة للشدة الضوئية، وتفسير ذلك ان كل الالكترونات المنزوعة على اختلاف طاقتها الحركية تصل الى المجمع، ولكن عند قيمة سالبة اعظمية لفرق الجهد (نعكس اقطاب البطارية) بمعنى يصبح المجمع سالب هنا نتمكن من توقيف أسرع الالكترونات ويسمى الجهد عندئذ بجهد الإيقاف.



الشكل (2-13) يوضح تتغير شدة التيار الكهروضوئي بدلالة فرق الجهد المطبق بين الباعث والمجمع.

وهكذا لتحديد الطاقة الحركية الاعظمية للإلكترونات، نقيس جهد الايقاف اللازم لإيقاف اسرع الإلكترونات. هذا الجهد

يسمى جهد الايقاف V_s

عندما $V = V_s$ ، تفقد الإلكترونات كل طاقتها الحركية وينخفض التيار الكهروضوئي إلى الصفر في هذه الحالة،

$K_{\max} = eIV_s I$ وتصبح المعادلة:

$$eV_s = K_{\max} = h\nu - h\nu_0 \quad (1-14)$$

الظاهرة الكهروضوئية بين التفسير الكلاسيكي والتجربة

- ⊕ النظرية الكلاسيكية لا تفسر وجود تردد العتبة.
- ⊕ حسب النظرية الكلاسيكية، لا بد من وجود تأخير زمني بين وصول الضوء الى سطح المعدن وانطلاق الالكترونات الضوئية (التجربة اثبتت انه غير موجود اقل من 10^{-9} s).

المردود الكمي للظاهرة الكهروضوئية

هو النسبة بين عدد الفوتونات الفعالة η ، وعدد الفوتونات الواردة N

$$\eta = \frac{n}{N} \times 100 \quad (1-15)$$

η متعلقة بشدة التيار الكهربائي المنتج في الواقع تكون نسبة ضعيفة من الفوتونات الواردة فعالة و التي عددها (n)

ملاحظات

- ⊕ لا يحدث الفعل الكهروضوئي الا إذا كان تردد الاشعاع أكبر من تردد العتبة للمعدن.
- ⊕ من العلاقة (1-14) الطاقة الحركية للإلكترون تعتمد على تردد الاشعاع ولا تعتمد على شدته.
- ⊕ لا توجد فترة زمنية بين تسليط الاشعاع وانبعثت الالكترونات وهذا تأكيد اخر للسلوك الجسيمي للضوء.
- ⊕ زيادة شدة الاشعاع تزيد من عدد الإلكترونات المحررة من المادة وبالتالي زيادة شدة التيار المقاسة بواسطة الامبير الى غاية بلوغها قيمة ثابتة وهذا عند قيمة محددة للتواتر.
- ⊕ بعض قيم دالة العمل:

المعدن Metal	رمز العنصر	دالة العمل Work function (eV)
الرصاص	Pb	4.14
سيزيوم	Cs	1.95
الالمنيوم	Al	4.08
النيكل	Ni	5.01
صوديوم	Na	2.28
البوتاسيوم	K	2.00

6. تطبيقات الظاهرة الكهروضوئية Application of Photoelectric Effect

- تستخدم الظاهرة على نطاق واسع في الهندسة والصناعة إذ تعتبر مفتاح كهربائي لدارات كهربائية أخرى تتحكم في غلق وفتح الدارة عن طريق الخلايا الكهروضوئية ومن بين استعمالاتها.
- ⊕ غلق وفتح الأبواب تلقائياً.
 - ⊕ إضاءة مصابيح الانارة العمومية في الشوارع بطريقة آلية عند الغروب وإطفاءها عند شروق الشمس.
 - ⊕ جرس إنذار في البنوك والشركات وغيرها.
 - ⊕ الماسح الضوئي في كاميرا آلة التصوير والتحكم في الشدة الضوئية.



مسائل متدرجة في الصعوبة وحلول



(Photoelectric Effect)

التمرين الاول (استيعاب المحاضرة)

1. في التجهيز التجريبي يتواجد المصعد والمهبط داخل انبوبة زجاجية من الكوارتز مفرغة تماماً من الهواء.
2. العوامل التي تتوقف عليها طاقة حركة الإلكترونات (تردد الضوء ودالة العمل للمعدن تزداد سرعة وطاقة حركة الإلكترونات كلما قلت دالة لعمل للمعدن).
3. ما هي الميزات التجريبية للتأثير الكهروضوئي يمكن تفسيرها من وجهة نظر الفيزياء الكلاسيكية؟ وما هي الميزات التي لا تستطيع تفسيرها؟

مقارنة مبسطة بين رأي الفيزياء التقليدية (الكلاسيكية) والفيزياء الحديثة
(بناءً عن نتائج تجربة ميلكان)

وجه المقارنة	كلاسيكا	كميا حسب انشأتين
علاقة شدة تيار الخلية بشدة الضوء الساقط.	تتناسب شدة التيار طردياً مع شدة الضوء.	تتناسب شدة التيار طردياً مع شدة الضوء
علاقة جهد الإيقاف بشدة الضوء الساقط	يزداد جهد الإيقاف بزيادة شدة الضوء.	لا يتوقف جهد الإيقاف على شدة الضوء الساقط
علاقة جهد الإيقاف بتردد الضوء الساقط.	لا يتوقف جهد الإيقاف على التردد.	يزداد جهد الإيقاف بزيادة التردد.
وجود تردد العتبة.	لا وجود له وإنما تنبعث الإلكترونات عند أي تردد.	لكل معدن تردد عتبة يجب ألا يقل تردد الضوء الساقط عنه حتى تنبعث الإلكترونات.
الانبعاث اللحظي للإلكترونات.	لا تعترف به حتى لو كانت شدة الضوء ضعيفة فبعد فترة زمنية تمتص الإلكترونات طاقة كافية وتنبعث.	تنبعث الإلكترونات لحظياً في حالة إذا كانت طاقة الفوتون كافية لنزع الإلكترون فقط ولا يوجد فاصل زمني بين امتصاص الإلكترون طاقة وانبعاثه.
علاقة الطاقة الحركية للإلكترون بتردد الضوء الساقط.	لا تعترف بوجود علاقة بينهما.	طاقة حركة الإلكترونات تزداد بزيادة التردد.

4. منحنيات تغير الطاقة الحركية بدلالة تردد الإشعاع $E_k=f(v)$ لمجموعة من المعادن تكون:
 - a. متوازية.
 - b. متباعدة.

(Photoelectric Effect)

التمرين الثاني

لدينا خلية كهروضوئية من معدن مجهول تعطى نتائج قياس الظاهرة الكهروضوئية على هذه الخلية من خلال الدراسة التجريبية التالية:
نقوم بأتارة الصفيحة المعدنية للخلية بتسليط اشعاع كهرومغناطيسي بتردد ν_1 ثم نكرر العملية بتسليط اشعاع كهرومغناطيسي بنفس الشدة لكن بتردد ν_2 النتائج مدونة في الجدول ادناه:

التردد ν (Hz)	$\nu_1=8.5 \times 10^{14}$	$\nu_2=12.0 \times 10^{14}$
الطاقة الحركية الاعظمية T_{\max} (eV)	0.52	1.97
work function (eV)	المعدن	
3.0	Calcium	كالسيوم
4.7	Copper	نحاس
6.35	Platinum	بلاتين
2.00	Cesium	سيزيوم

1. اوجد قيمة ثابت بلانك .
2. اوجد دالة العمل للمعدن Φ_0 .
3. حدد معدن الخلية الكهروضوئية.

الاجابة

1. قيمة ثابت

$$K_{\max 1} = h\nu_1 - \Phi_0 \dots \dots (1)$$

$$K_{\max 2} = h\nu_2 - \Phi_0 \dots \dots (2)$$

$$rel (2) - (1) \Rightarrow K_{\max 2} - K_{\max 1} = h(\nu_2 - \nu_1)$$

$$h = \frac{K_{\max 2} - K_{\max 1}}{(\nu_2 - \nu_1)}$$

$$= \frac{1.97 \times 1.6 \times 10^{-19} - 0.52 \times 1.6 \times 10^{-19}}{12 \times 10^{14} - 8.5 \times 10^{14}}$$

$$h = 6.62 \times 10^{-34} J.s$$

ايجاد دالة العمل للمعدن Φ_0

$$K_{\max 1} = h\nu_1 - \Phi_0 \Rightarrow \Phi_0 = h\nu_1 - K_{\max 1}$$

$$\Phi_0 = \frac{6.62 \times 10^{-34} \times 8.5 \times 10^{14}}{1.6 \times 10^{-19}} - 0.52$$

$$\Phi_0 = 3.0 eV$$

2.

معدن السيزيوم.

يبين الشكل المجاور تغيرات طاقة الحركة القصوى للإلكترونات الضوئية التي تنبعث من سطح معدن بتغير تردد الضوء الساقط على سطحه.

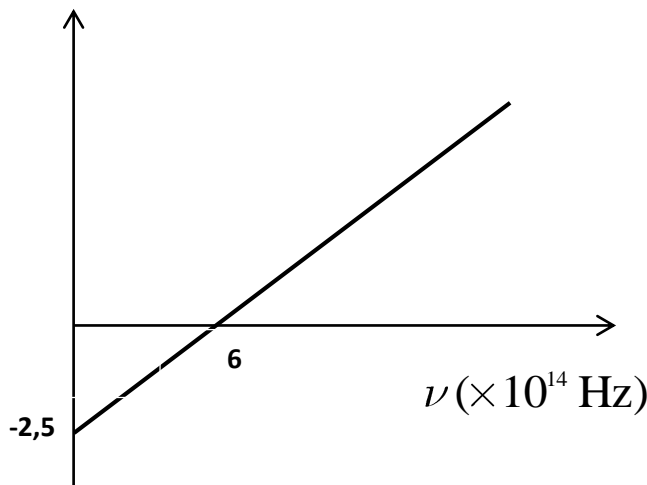
اعتمادا على البيان احسب ما يلي:

1. تردد العتبة؟ ودالة العمل للمعدن؟
2. حدد قيمة ثابت بلانك.

$$3. \text{ نستبدل المعدن السابق بمعدن اخر دالة عمله } \phi'_0 = 2,4 \times 10^{-19} \text{ J}$$

توقع شكل البيان $E_k = f(\nu)$ هل تزداد الطاقة الحركية للإلكترونات المحررة ام تنقص علل ؟

E_k (ev)



الاجابة

1. تردد العتبة؟ ودالة العمل للمعدن
من العلاقة يتضح ان هناك علاقة خطية بين الطاقة الحركية الاعظمية والتردد

$$\nu_0 = 6.10^{14} \text{ Hz} \quad \text{تردد العتبة}$$

$$\Phi_0 = 2.5 \text{ eV} \quad \text{دالة العمل}$$

2. قيمة ثابت بلانك

$$\begin{aligned} h &= -\frac{\Delta K_{\max}}{\Delta \nu} = 0.41667 \times 10^{-14} \text{ eV.s} \\ &= 6.66 \times 10^{-34} \text{ J.s} \end{aligned}$$

- 3.

$$\phi'_0 = 2.4 \times 10^{-19} \text{ J} = \frac{2.4 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.5 \text{ eV}$$

$$\phi'_0 < \phi_0$$

وعليه تزداد الطاقة الحركية باعتبار نحتاج في هذه الحالة طاقة اقل لنزع الإلكترونات من سطح المعدن.

التمرين الرابع

(Photoelectric Effect)

في تجربة التأثير الكهروضوئي، وجد أنه بالنسبة لسطح معدني، يكون جهد الايقاف 2.0 V للإلكترونات المنبعثة عند تسليط اشعاع كهرومغناطيسي وحيد اللون طول موجته 410 nm وشدته $I_0 = 500 \text{ W/m}^2$.

1. ما هي الطاقة الحركية القصوى للإلكترونات المنزوعة.
 2. دالة العمل المعدن.
 3. ما هو أكبر طول موجي للضوء من شأنه أن ينزع الإلكترونات من هذا السطح دون اعطائه طاقة حركية. إذا كانت مساحة سطح الباعث في الخلية الكهروضوئية 100 mm^2 . وان نسبة 20% فقط من الفوتونات هذا الاشعاع الممتص تؤدي الى تحرير الكترونات من سطح الفوتو كاثود على ضوء هاته المعلومات احسب:
 4. كم عدد الفوتونات التي تصدم بسطح المعدن كل ثانية؟
 5. احسب شدة التيار المنتجة.
 6. إذا زادت الشدة إلى $I_0 = 1000 \text{ W/m}^2$ وزاد الطول الموجي للإشعاع الساقط إلى 1500 nm كم تصبح الشدة المنتجة للتيار في هذه الحالة.
- المعطيات: سرعة الضوء $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$; ثابت بلانك $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ Js}$; $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ c}$

الاجابة

1. الطاقة الحركية القصوى للإلكترونات الاعظمية

$$K_{\max} = e V_s = (1.6 \times 10^{-19})(2.0) = 3.2 \times 10^{-19} \text{ J}$$

2. دالة العمل المعدن

$$\nu = c / \lambda = 3.0 \times 10^8 / 4.10 \times 10^{-7} = 7.32 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$h \nu = K_{\max} + \phi$$

$$\phi = h \nu - K_{\max} = (6.63 \times 10^{-34})(7.32 \times 10^{14}) - 3.2 \times 10^{-19} = 1.65 \times 10^{-19} \text{ J}$$

$$\phi = 1.65 \times 10^{-19} / 1.6 \times 10^{-19} = 1.0 \text{ eV}$$

3. أكبر طول موجي

$$h \nu_0 = \phi$$

$$\nu_0 = \phi / h = 2.49 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

$$\text{Longest wavelength } \lambda_0 = c / \nu_0 = 3.0 \times 10^8 / 2.49 \times 10^{14} = 1.2 \times 10^{-6} \text{ m} = 1200 \text{ nm (infrared)}$$

وهي طول موجة العتبة

4. عدد الفوتونات التي تصدم بسطح المعدن كل ثانية

معدل سقوط الطاقة على الصفيحة المعدنية

$$P = S A = (500)(1.00 \times 10^{-4}) = 5.00 \times 10^{-2} \text{ W} = 5.00 \times 10^{-2} \text{ J.s}^{-1}$$

الطاقة الكلية الممتصة من سطح المعدن خلال ثانية واحدة

$$E_T = 5.00 \times 10^{-2} \text{ J}$$

طاقة فوتون واحد

$$\varepsilon = h \nu = (6.63 \times 10^{-34}) (7.32 \times 10^{14}) = 4.85 \times 10^{-19} \text{ J}$$

عدد فوتونات الاشعاع

$$N = E_T / \varepsilon = P \cdot t / \varepsilon = 1.05 \times 10^{17} \text{ photons}$$

الطاقة الكلية الممتصة الفعالة والقدرة على نزع الكترون

$$N_{\text{eff}} = (0.2)(1.05 \times 10^{17}) = 2.1 \times 10^{16}$$

5. شدة التيار المنتجة

$$\Delta Q = N_{\text{eff}} e = (2.1 \times 10^{16})(1.6 \times 10^{-19}) = 3.3 \times 10^{-3} \text{ C}$$

الشدة المنتجة

$$I = \Delta Q / \Delta t \text{ و } \Delta t = 1 \text{ s}$$

$$I = 3.3 \times 10^{-3} \text{ A} = 3.3 \text{ mA}$$

6.

شدة التيار المنتجة

(الطول الموجي المستعمل أكبر من الطول الموجي للعتبة) لا توجد إلكترونات محررة $i = 0$

التمرين الخامس بدون حل

(Photoelectric Effect)

خلال تجربة التأثير الكهروضوئي الموضحة بالشكل (2) نقوم بتسليط اشعاع كهرومغناطيسي على باعث الخلية الكهروضوئية ثم نقيس شدة التيار الكهروضوئي الناتج بدلالة الكمون المطبق. نكرر التجربة عدة مرات حيث نغير في كل مرة شدة الاشعاع وتردده النتائج المحصل عليها موضحة في الشكل 2

1. مستعينا بالبيان 1 علق باختصار ومفسرا النتائج.

أ. زيادة قيمة شدة تيار الاشعاع

ب. ثبوت قيمة جهد الايقاف V_s

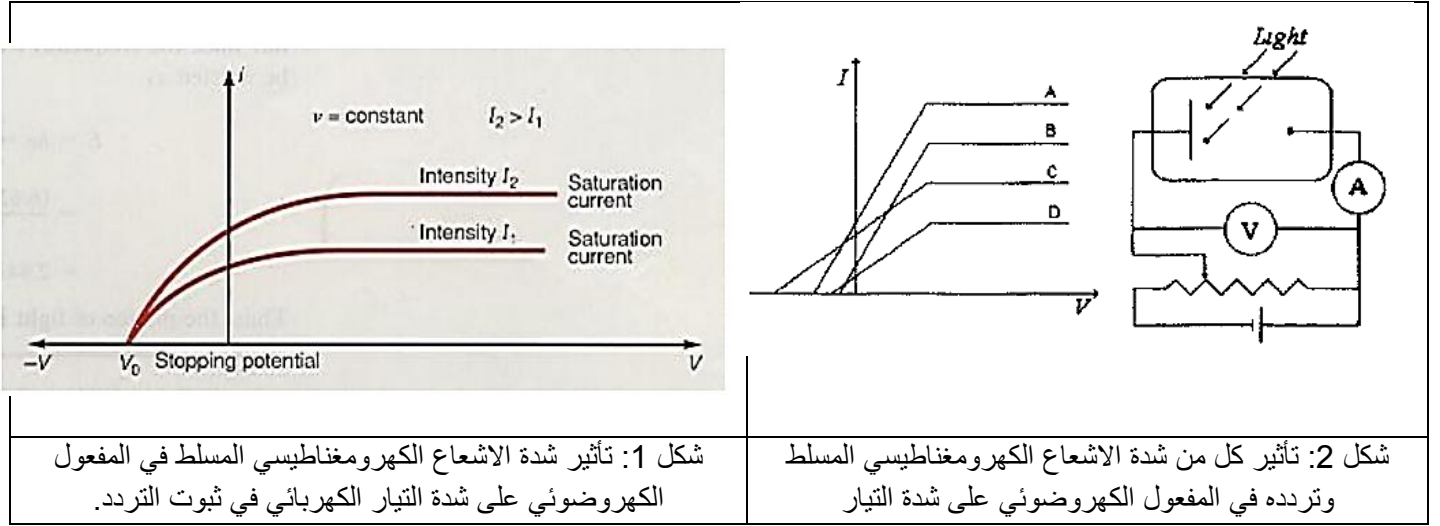
2. كيف تفسر الجزء المائل من المنحنى.

3. حدد من الشكل 2:

أ- المنحنى الذي يقابل استخدام الاشعاع الاكبر شدة.

ب- المنحنى الذي يقابل استخدام الاشعاع الاكبر ترددا.

ج- المنحنى الذي يقابل استخدام الاشعاع ذو الطول الموجي الاكبر.



شكل 1: تأثير شدة الاشعاع الكهرومغناطيسي المسلط في المفعول الكهروضوئي على شدة التيار الكهربائي في ثبوت التردد.

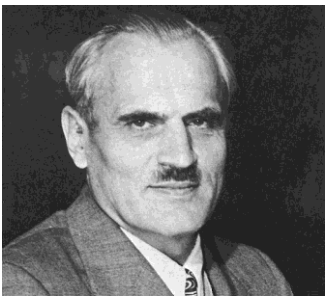
شكل 2: تأثير كل من شدة الاشعاع الكهرومغناطيسي المسلط وتردده في المفعول الكهروضوئي على شدة التيار

4. طول موجة العتبة لمعدن الفوتو كاثود للخلية المستخدمة هو 2300^0 A . حدد قيمة كمون الايقاف للإلكترونات المتحررة من سطحه اذا كان الطول الموجي للإشعاع الفوق بنفسجي المسلط 1800^0 A .

(Photoelectric Effect)

التمرين السادس بدون حل

- طول موجة العتبة لخلية كهروضوئية لفوتوكاثود من معدن السيزيوم $\lambda_0 = 0,6 \mu\text{m}$ نوجه نحو هذا المهبط حزمة ضوئية احادية اللون ذات تدفق ثابت $\phi = 1 \text{ W}$ بطول موجة قدره $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$.
- احسب الطاقة الحركية الاعظمية للفوتو الكثرونات المنبعثة وقارن سرعتها مع السرعة الضوء c في الفراغ.
 - احسب التوتر الكهروستاتيكي الذي بتأثيره تصل الالكترونات الى الانود بطاقة معدومة.
 - ما هو المردود الكمي للفوتو كاثود إذا كانت شدة التيار الكهروضوئي المنتجة $I = 16 \text{ mA}$.
- المعطيات: سرعة الضوء $c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$; ثابت بلانك $h = 6.62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$; $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ c}$



Arthur Holly Compton
Nobel Prize 1927

- يتوقع من الطالب في نهاية هذا الجزء من الفصل ان يكون قادرا على:
- يتعرف على ظاهرة كومبتون.
- الملاحظات التجريبية للظاهرة ومناقشة تفسير النظرية الكمية للظاهرة.
- مفعول كومبتون وشروط حدوثه.
- ايجاد صيغة كومبتون عن طريق قوانين حفظ الطاقة وكمية الحركة.
- ايجاد عبارة الطاقة الحركية للإلكترون وزاوية ارتداد هذا الاخير.
- بعض تطبيقات ظاهرة كومبتون في الحياة اليومية.

ما هو تشتت كومبتون وكيف تحدث هذه الظاهرة؟

تشتت فوتون عالي الطاقة من إلكترون ذري حر، ينتج عنه فقدان جزء من طاقة الفوتون، والطاقة المفقودة يكتسبها الإلكترون مما يؤدي الى ارتداده.

1. الملاحظات التجريبية للظاهرة وتفسير مفعول كومبتون

في عام 1923م لاحظ العالم الامريكي كومبتون أنه عند تسليط أشعة اكس على بلورة الغرافيت النقي فإن هذه الأشعة تنتشت بطول موجي مختلف ($\lambda' > \lambda$) من بينها الطول الموجي للفوتون الأصلي λ . وقد وجد هذا الاخير أن التغير في الطول الموجي للفوتون بعد تصادمه مع الإلكترونات الحرة لذرات المادة يتعلق بزاوية تشتت الفوتون. وقد توصل الى هذه النتائج تجريبيا كما هو مبين في الشكل (1-14) اداناه:

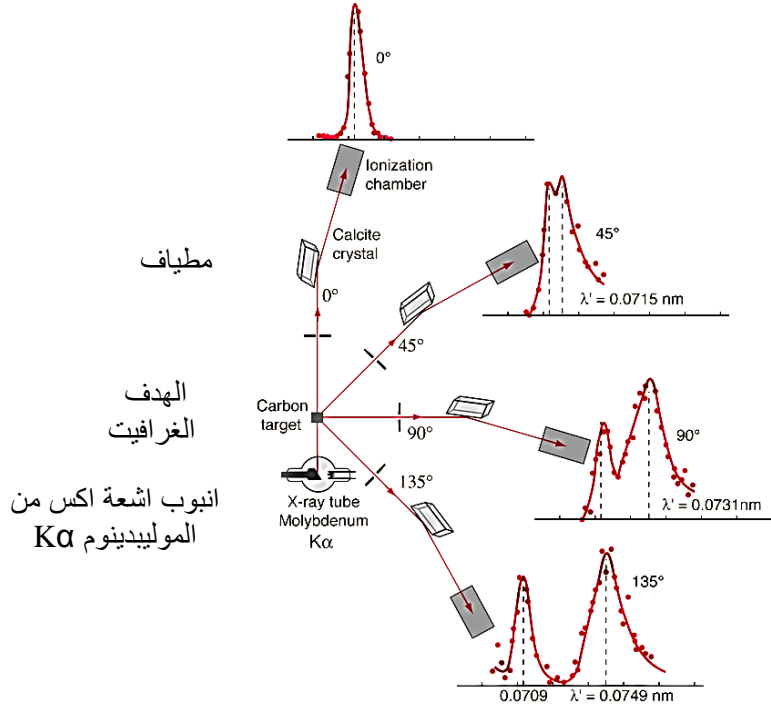
العناصر الاساسية في تجربة كومبتون الاصلية (Compton Scattering Original Data)

- انبوب اشعة اكس من الموليبدنوم $K\alpha$: استخدمت تجربة كومبتون الأصلية أشعة سينية من الموليبدنوم $K\alpha$ ، والتي يبلغ طولها الموجي 0.709 \AA .
- الهدف الغرافيت لأنه يحتوي على عدد كبير من الإلكترونات الحرة ضعيفة الارتباط بالذرة.
- مطياف (Spectrometer) لقياس الأطوال الموجية لأشعة المشتتة عند زاوية معينة، يتكون مقياس الطيف من إطار دوار به بلورة كالمسيت لتحديد الأشعة السينية وحجرة تأين للكشف عن الأشعة السينية.

كما في الشكل (1) نسلط باستعمال مصدر اشعة X بطول موجي (طولها الموجي $\lambda = 0.709 \text{ \AA}$) علي هدف من الجرافيت باستعمال كاشف قاس الأطوال الموجية لأشعة X التي شنتها الهدف فلاحظ.

1- بعض الأشعة لم يتغير طولها الموجي (طاقتها لم تتغير) وهي الأشعة التي لم تعاني انحراف في مسارها لم تنتشت بل تحركت بزاوية $\theta = 0$.

2- لما زاوية تشتت الفوتون θ تختلف عن الصفر يكون الطول الموجي لأشعة X المشتتة أكبر من الطول الموجي للأشعة الاصلية بمعنى اخر تصبح طاقتها أصبحت اقل.



شكل (14-1): توزيع شدة الاشعاع المشتت من قبل الإلكترون الحر عند قيم مختلفة لزاويا التشتت حيث تظهر بوضوح تباين الانزياح في الطول الموجي بين الفوتون الاصيلي والمشتت بزاوية θ .

1.1. التفسير الكلاسيكي والكمي

⊕ التفسير وفق النظرية الكلاسيكية

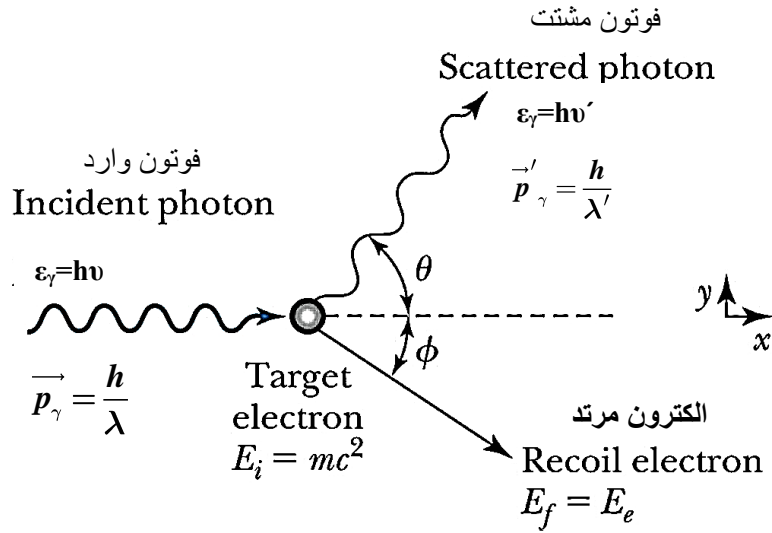
إذا اعتبرنا أن الفوتونات تتصرف كموجة فانه من المستبعد ان يتغير الطول الموجي للفوتون وبالطبع طاقته لا تتغير كذلك، كما أننا لو اعتبرنا الضوء عبارة عن موجات فإن الضوء إما أن ينعكس أو ينكسر وهاتين الظاهرتين لا يمكن أن يحدث عنها تغير في الطول الموجي كما أنه بناء على النظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية يمكن لأشعة X أن تجعل الكترولونات المادة تهتز وتصدر اشعاعا بنفس الطول الموجي لهذه الأشعة، وعندما تنتشت فإنها تنتشت بنفس الطول الموجي الأصلي دون تغيير. وبالتالي تعجز هذه النظرية عن تفسير هذه الظاهرة.

⊕ التفسير وفق النظرية الكمية وايجاد صيغة كومبتون

ان النظرية الكمية تقترض أن الضوء عبارة عن فيض هائل من الفوتونات وان كل فوتون يمتلك طاقة تساوي تردد الضوء في ثابت بلانك. وعلى هذا الاساس قام كومبتون بشرح ونمذجة النتائج التجريبية من خلال افتراض الطبيعة الجسيمية (الفوتون) للضوء وتطبيق مبدأ حفظ الطاقة وحفظ كمية الحركة عند الاصطدام بين الفوتون والإلكترون. فوجد ان للفوتون المشتت طاقة أقل وبالتالي طول موجي أطول وفقاً لعلاقة بلانك وهذا ما سوف نراه في الفقرة التالية.

2.1. ايجاد عبارة التغير في الطول الموجي للفوتون صيغة كومبتون

في الشكل (15-1) يبين تصادم فوتون عالي الطاقة لأشعة سينية مع إلكترون حر وساكن فيعطى هذا الفوتون جزء من طاقته الى الإلكترون الساكن وتظهر هذه الطاقة على شكل طاقة حركية يكتسبها هذا الأخير ليرتد وفق زاوية Φ ولإيجاد عبارة التغير في الطول الموجي للفوتون نطبق قوانين حفظ الطاقة وكمية الحركة والجدول 2 يلخص الطاقة الكلية وكمية الحركة للإلكترون ذو الكتلة m والفوتون.



شكل (1-15): تشتت كومبتون نتيجة تصادم مرن بين فوتون والالكترون حر وساكن. الطول الموجي للفوتون الاصيلي λ والمشتت λ' (طاقة الفوتون الاصيلي ϵ_γ أكبر من طاقة الفوتون المشتت)

التصادم المرند ↔ انحفاظ الطاقة الكلية وكمية الحركة قبل وبعد التصادم

جدول 1.1: تقييم الطاقة وكمية الحركة للفوتون والالكترون قبل وبعد التصادم

التصادم المرند	قبل التصادم	بعد التصادم
انحفاظ الطاقة الكلية الفوتون الالكترون	$\epsilon_\gamma = h\nu$ $E_0 = m_0c^2$	$\epsilon_\gamma' = h\nu'$ $E = mc^2 = \sqrt{p_e^2c^2 + m_0^2c^4}$
الطاقة الكلية	$h\nu + m_0c^2$	$h\nu' + mc^2$
انحفاظ كمية الحركة الفوتون الالكترون	$\vec{p}_\gamma = \frac{h}{\lambda}$ $\vec{p}_e = 0$	$\vec{p}_\gamma' = \frac{h}{\lambda'}$ \vec{p}_e
كمية الحركة الكلية	\vec{p}_γ	$\vec{p}_\gamma' + \vec{p}_e$

من خلال علاقة النسبية الخاصة وتكافؤ الكتلة والطاقة ايجاد علاقة الطاقة الكلية النسبوية للجسيم وهي:

$$E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2 \quad (1-16)$$

وبالتالي، فإن الجسيم الذي يملك كتلة سكون صفرية (مثل الفوتون) له كمية حركة p تعطى بالعلاقة:

$$\mathbf{p} = \frac{\varepsilon}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (1-17)$$

انحفاظ الطاقة Energy conservation ■

$$\begin{aligned} E_{After} &= E_{Before} \\ \varepsilon_\gamma + E_0 &= \varepsilon'_\gamma + E \\ h\nu + m_e c^2 &= h\nu' + E_e = h\nu' + \sqrt{p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4} \end{aligned} \quad (1-18)$$

انحفاظ كمية الحركة Momentum conservation ■

$$\sum \vec{\mathbf{p}}_{After} = \sum \vec{\mathbf{p}}_{Before} \quad (1-19)$$

$$\begin{aligned} \vec{\mathbf{p}}_\gamma &= \vec{\mathbf{p}}'_\gamma + \vec{\mathbf{p}}_e \\ p_e^2 &= p_\gamma^2 + p_\gamma'^2 - 2\vec{\mathbf{p}}_\gamma \cdot \vec{\mathbf{p}}'_\gamma = p_\gamma^2 + p_\gamma'^2 - 2p_\gamma \cdot p_\gamma' \cos\theta \end{aligned}$$

من حفظ الطاقة نجد:

$$\begin{aligned} m_e^2 c^4 + (h\nu - h\nu')^2 + 2m_e c^2 (h\nu - h\nu') &= m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2 \\ p_e^2 &= \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - \frac{2h\nu h\nu'}{c^2} + 2m_e (h\nu - h\nu') \end{aligned} \quad (1-20)$$

من حفظ كمية الحركة نجد:

$$\begin{aligned} p_e^2 &= p_\gamma^2 + p_\gamma'^2 - 2\vec{\mathbf{p}}_\gamma \cdot \vec{\mathbf{p}}'_\gamma = p_\gamma^2 + p_\gamma'^2 - 2p_\gamma \cdot p_\gamma' \cos\theta \\ p_e^2 &= \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h\nu h\nu'}{c^2} \cos\theta \end{aligned} \quad (1-21)$$

بالمساواة بين p_e^2 من العبارة المستنتجة من حفظ الطاقة وكذلك كمية الحركة وبأجراء الاختزالات اللازمة نجد ان:

$$m_e c^2 (h\nu - h\nu') = h\nu h\nu' (1 - \cos\theta) \quad (1-22)$$

$$\frac{\nu - \nu'}{\nu\nu'} = \frac{h}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)$$




وعليه وباستخدام العلاقة $\nu = c/\lambda$ نحصل على صيغة كومبتون:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta) = \lambda_c (1 - \cos \theta) \quad \text{where } \lambda_c = \frac{h}{m_e c} \quad (1-23)$$

وهذه هي علاقة ازاحة كومبتون والتي توصل اليها تجريبيا في 1920م وهي اثبات اخر لصحة النظرية الكمية، والتي مفادها ان الطول الموجي للأشعة السينية المشتتة من هدف (غرافيت) يحتوي على إلكترونات ضعيفة الارتباط بالذرة يختلف عن الطول الموجي للأشعة السينية الاصلية ويعتمد على زاوية الكشف θ فقط.

ملاحظات هامة حول المحتوى الفيزيائي لعلاقة كومبتون

- ⊕ التغير في الطول الموجي $\Delta\lambda$ مرتبط بزاوية التشتت θ فقط.
- ⊕ المقدار $\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2.43 \times 10^{-12} m = 2.43 pm$ يدعى طول موجة كومبتون للجسيم المشتت. وهذا المقدار يكون أصغر بـ 2000 مرة بالنسبة للبروتون.
- ⊕ تحدث هذه الظاهرة مع الجسيمات المشحونة فقط.
- ⊕ يستعمل الغرافيت لاحتوائه على عدد كبير من الإلكترونات ضعيفة الارتباط بالذرة.
- ⊕ عند زاوية تشتت للفوتون قدرها 180° يحدث أكبر تغير في الطول الموجي $\Delta\lambda = 2\lambda_c$ والطاقة المحولة للإلكترون كومبتون تكون اعظمية لاحظ الفقرة ادناه.
- ⊕ عند زاوية تشتت للفوتون قدرها 0° لا يكون هناك تغير في طول موجة الفوتون انه التشتت التقليدي لطومسون.
- ⊕ يمكن نمذجة مفعول كومبتون بالمعادلة $\gamma + e^- \rightarrow e^- + \gamma$ والتي تؤكد انه لا تغير في الجسيمات قبل وبعد التصادم.
- ⊕ في مفعول كومبتون الضوء ينتقل كموجة (كم هائل من الفوتونات) ويتصرف كجسيم (فوتون).
- ⊕ يمكن ان نلخص الحالات الخاصة والهامة والمرتبطة اساسا بزاوية تشتت الفوتون كما يلي:

التغير في الطول الموجي	التسمية باللغتين	زاوية تشتت الفوتون
$\Delta\lambda=0$	forward direction تشتت بالاتجاه الامامي	 $\theta=0^\circ$
$\Delta\lambda=\lambda_c$		 $\theta=90^\circ$
$\Delta\lambda=2\lambda_c$	backward scattering تشتت بالاتجاه الخلفي	 $\theta=180^\circ$

الطاقة الحركية للإلكترون المرتد
Kinetic energy of Compton electron

طاقة الفوتون المشتت
Energy of Scattered Photon

$$\Delta\varepsilon = h\nu - h\nu' = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = hc\left[\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda\lambda'}\right]$$

$$\begin{cases} \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta) = \lambda' - \lambda \\ \lambda' = \Delta\lambda + \lambda \end{cases}$$

$$T = hc\left[\frac{\Delta\lambda}{\lambda(\Delta\lambda + \lambda)}\right]$$

$$= hc\left[\frac{\Delta\lambda}{\lambda^2\left(1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right)}\right]$$

$$= \frac{hc \cdot \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)}{\lambda^2\left[1 + \frac{h}{\lambda m_e c}(1 - \cos\theta)\right]}$$

$$= \frac{h^2}{\lambda^2 m_e} \frac{(1 - \cos\theta)}{\left[1 + \frac{h}{\lambda m_e c}(1 - \cos\theta)\right]}$$

$$= \frac{h^2 \nu^2}{m_e c^2} \frac{(1 - \cos\theta)}{\left[1 + \frac{hc}{\lambda m_e c^2}(1 - \cos\theta)\right]}$$

$$= \frac{h^2 \nu^2}{m_e c^2} \frac{(1 - \cos\theta)}{\left[1 + \frac{h\nu}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)\right]}$$

$$= \frac{\varepsilon^2}{m_e c^2} \frac{(1 - \cos\theta)}{\left[1 + \frac{\varepsilon}{m_e c^2}(1 - \cos\theta)\right]}$$

$$= \frac{2\varepsilon^2}{m_e c^2} \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2}}{\left[1 + \frac{2\varepsilon}{m_e c^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right]}$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c}(1 - \cos\theta)$$

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \left(\frac{h\nu}{m_e c^2}\right)(1 - \cos\theta)}$$

$$= \frac{h\nu}{1 + \left(\frac{2h\nu}{m_e c^2}\right)\sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{1 + \left(\frac{2\varepsilon}{m_e c^2}\right)\sin^2 \frac{\theta}{2}}$$

أصغر طاقة للفوتون المشتت تكون عند $\theta=180^\circ$

$$\varepsilon'_{\min} = \frac{\varepsilon}{1 + \left(\frac{2\varepsilon}{m_e c^2}\right)}$$

أكبر طاقة للفوتون المشتت تكون عند $\theta=0^\circ$

$$\varepsilon'_{\max} = \varepsilon$$

اتجاه الإلكترون المرتد
Recoil Direction of the Electron

مناقشة الحالات الخاصة لطاقة الحركية للإلكترون المرتد

من حفظ كمية الحركة:

يكتسب إلكترون كومبتون أقصى طاقة حركية عندما يتشتت

الفوتون بزاوية $\theta=180^\circ$

$$\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f$$

$$\vec{p}_\gamma + \vec{p}_e = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}'_e$$

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}'_e$$

$$T_{\max} = \frac{2\varepsilon^2}{m_e c^2} \frac{1}{\left[1 + \frac{2\varepsilon}{m_e c^2}\right]} \quad \theta = 180^\circ$$

$$\begin{cases} p_e \cos \varphi = p_\gamma - p'_\gamma \cos \theta \dots (1) \\ p_e \sin \varphi = p'_\gamma \sin \theta \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$T_{\min} = 0 \quad \text{for } \theta = 0^\circ.$$

$$\tan \varphi = \frac{p'_\gamma \sin \theta}{p_\gamma - p'_\gamma \cos \theta}$$

$$\tan \varphi = \frac{\varepsilon' \sin \theta}{\varepsilon - \varepsilon' \cos \theta}$$

تطبيقات ظاهرة كومبتون

تُعاني أشعة غاما من صعوبة التركيز باستخدام العدسة، ولذلك فإن تأثير كومبتون يلعب دوراً مهماً عند بدء التصوير باستخدام هذه الأشعة ضمن نطاق الطاقة العالية بين المئات من الإلكترون فولط وصولاً إلى عشرات الملايين من الإلكترون فولت، ويُستخدم هذا التأثير في تلسكوبات كومبتون من أجل قياس طاقة الفوتونات المتشتتة الصادرة من بعض الأجرام السماوية وتحديد اتجاهها.



شكل (1-16): مرصد كومبتون لأشعة غاما (Compton Gamma Ray Observatory) أو تلسكوب كومبتون تخليدا لاسم العالم الفيزيائي آرثر كومبتون (من جامعة واشنطن في سان لويس)، والحائز على جائزة نوبل للفيزياء عام 1927.



مسائل متدرجة في الصعوبة وحلول



معطيات مشتركة:

$$m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg} \quad \text{كتلة الإلكترون،}$$

$$m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$$

$$h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ Js} \quad \text{، ثابت بلانك}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1} \quad \text{سرعة الضوء}$$

Compton-Effect

التمرين الاول (استيعاب المحاضرة)

1. ناقش النقاط الهامة حول كيفية تمكن النظرية الكمية من تفسير النتائج التجريبية لظاهرة كومبتون.
2. ماذا نقصد بالإلكترون حر.
3. هل يفقد الفوتون كل طاقته ليقدمها للإلكترون الحر للمادة.

Compton-Effect

التمرين الثاني

فوتون اشعة سينية طول موجته $\lambda = 0.0150 \text{ nm}$ يصطدم بالإلكترون حر وساكن، اوجد الطول الموجي للفوتون المشتت عند الزاوية 60° .

الاجابة

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos\theta)$$

$$\Delta\lambda = \frac{6.62 \times 10^{-34} \text{ Js}}{(9.11 \times 10^{-31} \text{ kg})(3.0 \times 10^8 \text{ m/s})} (1 - \cos 60^\circ)$$

$$\Delta\lambda = 2.4259 \times 10^{-12} \text{ m} (0.500)$$

$$\Delta\lambda = 1.21 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$$

$$1.21 \times 10^{-12} \text{ m} = \lambda' - 1.50 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$\lambda' = 1.62 \times 10^{-11} \text{ m}$$

Compton-Effect

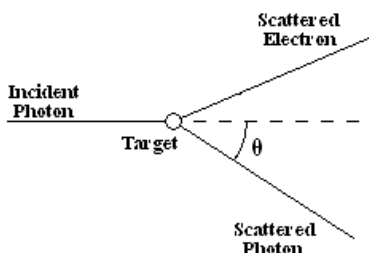
التمرين الثالث (**)

في تجربة أثير كومبتون (Compton-Effect)، يصطدم فوتون اشعة سينية طول موجته λ_0 مجهول بالإلكترون حر وساكن من ذرة كربون حيث كانت للفوتون المشتت كمية حركة قدرها $p' = 120 \text{ KeV}/c$ في حين كانت الطاقة الحركية للإلكترون المرتد 40 KeV اوجد ما يلي .

1. طول موجة الفوتون الاصيلي λ_0 والمشتت λ .

2. زاوية تشتت الفوتون θ .

3. زاوية ارتداد الإلكترون Φ .



$$h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ Js} \quad \text{،}$$

$$m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$$

4. في تجربة اخري لمفعول كومبتون إذا كانت طاقة الفوتون الاصيلي 250 KeV ينشئت هذا الاخير اثناء اصطدامه بالإلكترون حر وساكن إذا كان التغير النسبي في الطول الموجي الحادث هو 25%.
- أ. جد عبارة الطاقة الحركية للإلكترون المرتد بدلالة التغير النسبي في الطول الموجي وطاقة الفوتون الاصيلي فقط.
- ب. احسب قيمة الطاقة الحركية للإلكترون المرتد بالاستعانة بعلاقة السؤال 4. أ.

الاجابة

1. طول موجة الفوتون الاصيلي λ_0 والمشتت λ

$$\sum E_i = \sum E_f \rightarrow \varepsilon_\gamma + m_0 c^2 = \varepsilon'_\gamma + m_0 c^2 + T$$

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon'_\gamma + T = p'c + T = 160 \text{ KeV} \quad \varepsilon'_\gamma = p'c$$

$$\lambda_0 = \frac{hc}{\varepsilon_\gamma} = 0.0775 \text{ } ^\circ \text{A}$$

$$\lambda = \frac{hc}{\varepsilon'_\gamma} = 0.103 \text{ } ^\circ \text{A}$$

2. زاوية تشتت الفوتون

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{hc}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

$$\theta = 92.85 \text{ } ^\circ$$

زاوية ارتداد الإلكترون
حسب انحفاظ كمية الحركة

$$\sum \vec{p}_i = \sum \vec{p}_f \rightarrow \vec{p}_\gamma + \vec{p}_e = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}'_e$$

$$\vec{p}_\gamma = \vec{p}'_\gamma + \vec{p}'_e$$

3.

نسقط اخر علاقة على محورين ox oy

$$\begin{cases} p_e \cos \varphi = p_\gamma - p'_\gamma \cos \theta \dots \dots \dots (1) \\ p_e \sin \varphi = p'_\gamma \sin \theta \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

$$2/1 \rightarrow \tan \varphi = \frac{p'_\gamma \sin \theta}{p_\gamma - p'_\gamma \cos \theta} = \frac{\varepsilon'_\gamma \sin \theta}{\varepsilon_\gamma - \varepsilon'_\gamma \cos \theta} = 35.83^\circ \quad / \quad \varepsilon'_\gamma = p'c$$

4. عبارة الطاقة الحركية للإلكترون المرتد

$$T = h\nu - h\nu' = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'}\right) = hc\left[\frac{\lambda - \lambda'}{\lambda\lambda'}\right] \quad \begin{cases} \Delta\lambda = \lambda' - \lambda \\ \lambda' = \Delta\lambda + \lambda \end{cases}$$

$$= hc\left[\frac{\Delta\lambda}{\lambda(\Delta\lambda + \lambda)}\right]$$

$$= \frac{hc}{\lambda} \left[\frac{\frac{\Delta\lambda}{\lambda}}{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1}\right]$$

$$= \varepsilon \left[\frac{\frac{\Delta\lambda}{\lambda}}{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1}\right]$$

حساب الطاقة الحركية للإلكترون المرتد

$$T = \varepsilon \left[\frac{\frac{\Delta\lambda}{\lambda}}{\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1}\right] = 250 \left[\frac{0.25}{0.25 + 1}\right] = 50 \text{ KeV}$$



French physicist
Originally Nobel Prize in
1929 for his prediction of
the wave nature of
electrons.

السلوك الموجي للمادة Wave Like Behavior of Matter

1. امواج دي برولي De Broglie wave

الخصائص الموجة للجسيمات: افترض لويس دي برولي (louis de Broglie) في سنة 1924 أنه نظرًا لأن الفوتونات لها خصائص موجية وجسيمية، فربما يكون لجميع أشكال المادة كلتا الخاصيتين أو ما يعرف بالخاصية الازدواجية (موجية-جسيمية). الطول الموجي لجسيم دي بروي يكتب:

$$E = mc^2 = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$$
$$\lambda = \frac{hc}{mc^2} = \frac{h}{mc} \quad (1-24)$$
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

عم دي برولي هذه العلاقة عن اي دقيقة او جسيم له كمية حركة اي ان كل جسيم كتلته m يتحرك بسرعة v توأكبه موجة يعطى طولها بالعلاقة:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} \quad (1-25)$$

تبين هذه المعادلات الطبيعة المزدوجة للمادة حيث:

- P كمية الحركة والطاقة E تتميز بها الجسيمات.
 - والطول الموجي λ والتردد ν من طبيعة الامواج.
- تعتبر هذه العلاقة أحد اسس الميكانيك الكوانتي.

ملاحظة

- ⊕ يكون لأمواج دي برولي معنى في العالم الميكروسكوبي.
- ⊕ من خصائص الموجة المواكبة للجسيم انها تتحرك بسرعة الجسيم وليس سرعة الضوء.
- ⊕ هذه الموجة تكون مجاورة في الفضاء الذي يتحرك فيه الجسيم وتتلاشي سعتها بعيدا عن ذلك.

1.1 شرح مبدأ الارتياب لهيزنبرغ Heisenberg Uncertainty Principle, Explained



Werner Heisenberg
1901 – 1976 German
physicist Received
Nobel Prize in 1932

من المستحيل ان نحدد بدقة الموضع وكمية الحركة للجسيم في وقت واحد.
لا تنشأ حالات عدم اليقين التي لا مفر منها من العيوب في أدوات القياس العملية.
تنشأ حالات عدم اليقين من التركيب الكمي للمادة ونكتب:

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2} \quad \left(\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.05 \times 10^{-34} \text{ J.s} \right) \quad (1-26)$$

حيث:

Δp الارتياب في كمية الحركة و Δx الارتياب في الموضع

\hbar ثابت بلانك المخفف

كلما كانت هناك دقة في قياس الموضع كلما ازداد عدم التحديد في قياس كمية حركته.

التعبير عن مبدأ الارتياب لهيزنبرغ بدلالة الطاقة الحركية E_k

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta x = \Delta v \cdot \Delta t$$

$$\Delta p \cdot \Delta v \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad (1)$$

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow 2 E_k = m v \cdot v$$

$$p = \frac{2 E_k}{v} \rightarrow \Delta p = \frac{\Delta E_k}{\Delta v} \quad (2)$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

نعوض (2) في (1)

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

(1-27)

ملاحظات هامة

- ⊕ لا يمكن تفسير مبدأ الارتياب على أنه يعني أن القياس يتداخل مع النظام. مبدأ عدم اليقين مستقل عن عملية القياس.
- ⊕ هذا المبدأ مبني على الطبيعة الموجية للمادة.



مسائل متدرجة في الصعوبة وحلول



(المادة de Broglie Waves موجات المادة)

التمرين الاول (استيعاب المحاضرة)

1. حدد بعض خصائص الموجة المواكبة للجسيم.
2. لماذا نقول انه لا معنى للأمواج دي برولي على مستوى عياني.

(المادة de Broglie Waves موجات المادة)

التمرين الثاني

أوجد الطول الموجي لـ De Broglie لجسيم ألفا α يتحرك بسرعة $0,015c$. حيث c سرعة الضوء

الإجابة

$$p = \frac{h}{\lambda} \rightarrow mv = \frac{h}{\lambda} \quad \lambda = \frac{h}{mv}$$
$$\lambda = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}}{6.65 \times 10^{-27} \text{ kg}(0.015)(3.00 \times 10^8 \text{ m / s})}$$
$$\lambda = 2.2 \times 10^{-14} \text{ m}$$

(المادة de Broglie Waves موجات المادة)

التمرين الثالث

المجهر الإلكتروني (Electron microscope) يتميز بقوة التمييز مقارنة بالمجاهر الضوئية. لأنه يمكن جعل الأطوال الموجية لموجات دي برولي المصاحبة للإلكترونات أقصر من الطول الموجي للضوء المرئي. حيث تقوم حزمة من الإلكترونات المسرعة، بدلا من شعاع الضوء، بإعطاء صورة مكبرة للعينة.

1. ما مقدار الطاقة الحركية مقدرة بالإلكترون فولط اللازم تزويدها لإلكترون حتى يكون طول موجة دي برولي المصاحبة له 20.0 nm
2. احسب اقل طاقة حركية يمكن ان يتحرك بها الإلكترون في المجهر الإلكتروني لتمكن من رؤية جسم ابعاده $5 \text{ }^0 \text{ A}$ ؟

الإجابة

اقل طاقة حركية يمكن ان يتحرك بها الإلكترون في المجهر الإلكتروني لتمكن من رؤية جسم ابعاده $5 \text{ }^0 \text{ A}$ ؟
لرؤية جسم بواسطة المجهر الإلكتروني لابد ان يكون طول الموجات المستخدمة اقل من ابعاد الجسم وهذا يعني ان طول الجسم يمثل أكبر طول موجي يمكن استخدامه

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{m^2 v^2}{m}$$

$$E_k = \frac{p^2}{2m}$$

$$p = \sqrt{2mE_k}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$$

$$E_k = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

$$E_k = \frac{h^2}{2m\lambda^2} = \frac{(6.62 \times 10^{-34} \text{ Js})^2}{2 \times 9.11 \times 10^{-31} (5 \times 10^{-10})^2} = 9.65 \times 10^{-19} \text{ J} = 6.029 \text{ eV}$$

(مبدأ الازدياد de Broglie Waves موجات المادة)

التمرين الرابع بدون حل

1. احسب القيمة الصغرى لعدم التحديد في طاقة ذرة مثارة، اذا بقي الالكترون في الذرة لفترة $\tau = \Delta t = 10^{-8} \text{ s}$ في مستوى طاقة الاثارة الخاص به.

لاحظ ان متوسط العمر لمستوى الطاقة المثارة τ تاخذ كمقياس لعدم التحديد في الزمن Δt

2. تأكد من قيمية عدم اليقين في الطاقة حسب العلاقة $\Gamma = h/4\pi\tau$

3. ماذا تلاحظ فيما يخص العلاقة بين متوسط عمر الحالة المثارة τ و Γ

ملاحظة: ان مدة البقاء في الحالة المثارة غير محدد بدقة وهذا يقود الى عدم التحديد الدقيق لطاقة الحالة المثارة وبالتالي عدم الدقة في تردد الفوتون المنبعث للعودة الى الحالة الاساسية يطلق على هذه الظاهرة اتساع الطبيعي

للخط الطيفي Natural Broadening $\Delta t \leftrightarrow \Delta E = \Gamma \rightarrow \Delta \nu$

(مبدأ الازدياد لهيزنبراغ)

التمرين الخامس بدون حل

الطاقة الحركية للإلكترون $E_K = 1.00 \text{ keV}$ ، الازدياد الحادث في قياس موضع الإلكترون $\Delta x = 0,100 \text{ nm}$

1. بين نسبة الازدياد في كمية حركته تكتب. $\frac{\Delta p}{p} = \frac{h}{4\pi\Delta x \sqrt{2m_e E_K}}$

2. احسب قيمة هذه النسبة.



الفصل الثاني
النماذج الذرية
Atomics – Models

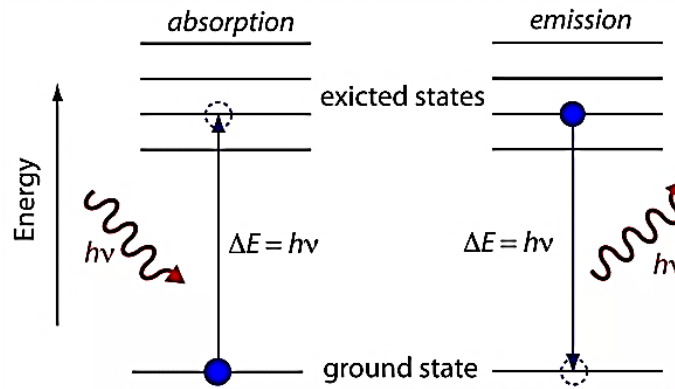
1. نموذج بور للذرة Bohr model

في عام 1913 وضع العالم الدانيماركي نيلز بور Niles Bohr نموذجا للذرة يتوافق مع نتائج تجارب رذرفورد، وتجارب الطيف الذري واعتمد في هذا النموذج على المسلمات التالية:

مسلمات بور

1. يدور الالكترون حول النواة بمدارات دائرية تحت تأثير قوتين.
2. هناك عدد محدد من المدارات يسمح للإلكترون بالتواجد فيها، وبالتالي فهناك قيمة محددة من الطاقة يمتلكها الالكترون فكل مدار طاقة محددة.
3. عند انتقال الالكترون من مدار لأخر فان فرق الطاقة بين المدارين يتم امتصاصه او انبعائه على شكل موجات كهرومغناطيسية ترددها هو:

$$A = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \quad (2-1)$$



شكل (1-2): مخطط لعملية تحرير الفوتون وامتصاصه من قبل الالكترون.

يبين المخطط الموضح في الشكل 1-2 الية امتصاص واشعاع طاقة من طرف ذرة الهيدروجين لاحظ ان اتجاه السهم هو جهة انتقال الالكترون.

- عند الانتقال من حالة محرصة (excited states) الى الحالة الارضية (ground state) يكون ذلك بإصدار فوتون تردده يعطى حسب العلاقة 1-2.
- عند الانتقال من الحالة الارضية الى حالة محرصة يتطلب هذا الانتقال طاقة محددة وذلك بامتصاص فوتون له نفس طاقة الموافقة لهذا الانتقال ΔE .
- 4. العزم الحركي المداري للإلكترون (Orbital Angular Momentum) يكون من مضاعفات \hbar

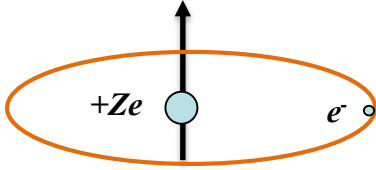
$$\vec{L} = \vec{r} \times (m\vec{v}) = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\vec{L} = mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad (2-2)$$

• ثابت بلانك $h = 6.625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

• العدد الكمي الرئيسي ($n=1, 2, 3, \dots$)

• كمية الحركة للإلكترون.



يبين الشكل التالي العزم الحركي المداري للإلكترون والمعرف بالعلاقة السابقة

\vec{L} عمودية دوما على مستوى الحركة الدورانية للإلكترون.

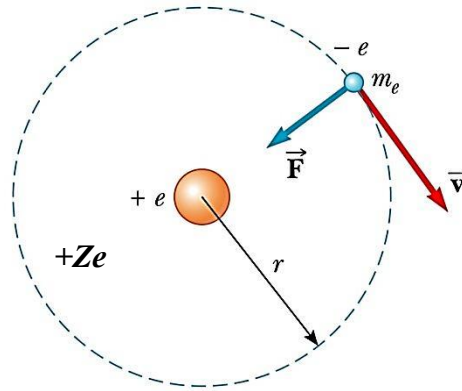
افتراض بور ان الالكترون يدور في مدار مستقر دون اشعاع للطاقة، إذا كان عزمه الحركي المداري عدد صحيح من ثابت بلانك المخفف \hbar بمعنى انه قيمة مكممة quantized.

2. نموذج بور لذرة الهيدروجين واشباه ذرة الهيدروجين

اهتم بور بذرة الهيدروجين نظرا لبساطتها فهي تتكون من بروتون يدور حوله الكترون.

1.2. ايجاد نصف قطر و سرعة الالكترون حول النواة

الالكترون في حالة اتزان ميكانيكي يخضع لتأثير قوتين متساوين الشدة ومتعاكستان في الاتجاه، اذ انه سيبقى في مداره يتحرك بسرعة مماسيه للمسار v فلا يقترب ولا يبتعد عن النواة.



شكل (2-2): ذرة الهيدروجين بروتون يدور حوله الكترون.

تكتب عبارة التجاذب الكهربائي بين الإلكترون والبروتون كما يلي:

$$F_{el} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \quad (2-3)$$

• Ze شحنة النواة

• Z العدد الشحني

• e الشحنة العنصرية

• r بعد الالكترون عن النواة او نصف قطر المدار.

• ϵ سماحية الفراغ (permittivity)

من جهة اخرى نكتب عبارة القوة المركزية الناتجة عن حركة الالكترون حول النواة بالعبارة:

$$F = ma = m \frac{v^2}{r} \quad (2-4)$$

حيث

m كتلة الالكترون و v سرعته بالمساواة بين العلاقة (2-3) و (2-4) نجد:

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \quad (2-5)$$

$$r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{m v^2} \quad (2-6)$$

$$v^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{mr} \quad (2-7)$$

العلاقة (2-7) تربط بين سرعة الالكترون ونصف قطره المدار الذي ينتمي اليه هذا الاخير فاقترح بور ان السرعة ونصف قطر المدار ييتخذان قيما محددة ومن هذه الملاحظة اسس فرضيته الاولى.
بتطبيق مسلمة بور للعزم الزاوي المداري L

$$L = m \cdot v \cdot r = n \frac{h}{2\pi}$$

العلاقة رقم (2-7) يمكن ان تكتب على الشكل:

$$v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{m \cdot v \cdot r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{L}$$

$$v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{nh} \cdot 2\pi = \frac{Ze^2}{2\epsilon_0 nh}$$

بالتربيع نجد

$$v^2 = \frac{Z^2 e^4}{4\epsilon_0^2 n^2 h^2} \quad (2-8)$$

نعوض (2-8) في (2-6) نجد:

$$r = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{v^2} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m} \cdot \frac{4\epsilon_0^2 n^2 h^2}{Z^2 e^4} \quad (2-9)$$

بعد التبسيط نحصل على عبارة نصف قطر المدار حول النواة كما يلي:

$$r = \frac{\epsilon_0 n^2 h^2}{Ze^2 m \pi} = a_0 \frac{n^2}{Z} \quad (2-10)$$

لاحظ معي ان نصف قطر المدار تابع للعدد الكمي الرئيسي $r=f(n)$ وكذلك السرعة $v=f(n)$.

a_0 : نصف قطر المدار الاول للإلكترون

بأجراء التطبيق العددي نجد

$$a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m e^2} = \frac{8.85 \cdot 10^{-12} \cdot 6.62 \cdot 10^{-34}^2}{3.14 \cdot 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} \quad (2-11)$$

$$a_0 = 5,30 \cdot 10^{-11} m = 0,53 \text{ \AA}$$

يمكن حساب سرعة الإلكترون في مداره الاول بالنسبة لذرة الهيدروجين وذلك بتعويض ($z=1, n=1$) في العبارة

$$(8-2) \text{ فنجد } v_1 = 2,2 \cdot 10^6 m/s$$

ملاحظات

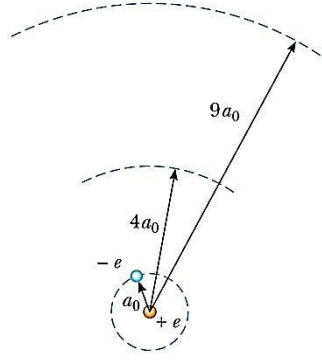
يتم تحديد أنصاف أقطار مدارات بور وسرعة الإلكترون فيه في ذرة الهيدروجين حسب العلاقتين المعممتين:

$$v_n = \frac{v_1}{n} \quad r_n = a_0 n^2 = 0,53 n^2 \text{ (} \text{\AA)} \quad (2-12)$$

عندما يكون $n = 1$ ، يكون للمدار أصغر نصف قطر يسمى نصف قطر مدار Bohr radius وقيمتة العددية حوالي $a_0 = 0,0529 \text{ nm}$.

بالنسبة للأشياء ذرة الهيدروجين

$$r_n = a_0 \cdot \frac{n^2}{Z} = \frac{r_H}{Z} \quad (2-13)$$



2.2. طاقة الإلكترون الكلية حسب فرضية بور تكميم الطاقة

• إيجاد الطاقة الكلية للإلكترون في مداره حول النواة

يهدف حسابها الى إيجاد طاقة المدارات للإلكترونات حول النواة

⊕ الطاقة الحركية

نعوض عبارة السرعة من العلاقة (2-7) نجد:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\hbar \left[\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{\hbar r} \right] \quad (2-14)$$

$$= \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r}$$

⊕ الطاقة الكامنة

$$E_p = \int_{\infty}^r F dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Ze^2 \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} \quad (2-15)$$

الإشارة (-) تشير الى ان القوة المتبادلة بين النواة والإلكترون هي قوة تجاذب وان هناك عمل سالب يبذل لإحضار الإلكترون من اللانهاية الى مداره حول النواة.

$$E_{TOT} = E_k + E_p = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} \quad (2-16)$$

طاقة الإلكترون تعتمد على r نعوض r من العلاقة (2-10)

$$E_n = E_{tot} = -\frac{Z^2 \cdot e^4 \cdot m}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -A \frac{Z^2}{n^2} \quad (2-17)$$

$$A = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \quad \text{حيث } A \text{ ثابت يكتب بالعلاقة}$$

الإشارة السالبة في مقدار الطاقة الكلية للإلكترون تدل أن طاقة الإلكترون في الذرة تكون طاقة أسر (جذب) أي أن الإلكترون يظل مرتبطاً بالنواة ما لم يحصل على طاقة موجبة من مصدر خارج الذرة.

النتائج:

1. العلاقة (17-2) صالحة لذرات الهيدروجين وأشباه الهيدروجين
2. طاقة الإلكترون الكلية سالبة يعني أن الإلكترون واقع تحت تأثير جذب النواة ويتحرر الإلكترون من تأثير النواة بانتقاله إلى السوية $n = \infty$ حتى تصبح طاقته حسب العلاقة (17-2) صفراً.
3. كلما ازدادت شحنة النواة (يزداد عدد البروتونات Z) كانت الطاقة سالبة أكثر مما يعني زيادة تأثير جذب النواة للإلكترون.
4. بزيادة n يزداد بعد الإلكترون عن النواة.
5. من العلاقة (8-2) بزيادة العدد الذري تزداد سرعة الإلكترون في مداره.

3. الطيف الخطي و مستويات الطاقة لذرة الهيدروجين

لنفرض أن الإلكترون انتقل من مستوى طاقة أعلى n_2 إلى مستوى طاقة منخفض n_1 أن فرق الطاقة حسب مسلمة بور (3) يكتب:

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{1}{h} E_2 - E_1 = \frac{1}{h} \left(\frac{-AZ^2}{n_2^2} - \frac{-AZ^2}{n_1^2} \right) \quad (2-18)$$

تردد الفوتون المنبعث

$$\nu = \frac{AZ^2}{h} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (2-19)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} \quad \text{حيث } n_2 > n_1$$

طول موجة الفوتون المنبعث

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{AZ^2}{hc} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (2-20)$$

من اجل ذرة الهيدروجين (Z=1)

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{A}{hc} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (2-21)$$

من معادلة ريدبرج Rydberg

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (2-22)$$

حيث العدد الموجي $\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda}$

بالمطابقة نجد:

$$R_H = \frac{A}{hc} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = 1.09678 \cdot 10^7 m^{-1} \quad (2-23)$$

1.3. تبسيط معادلة قيم الطاقة الممكنة لذرة الهيدروجين

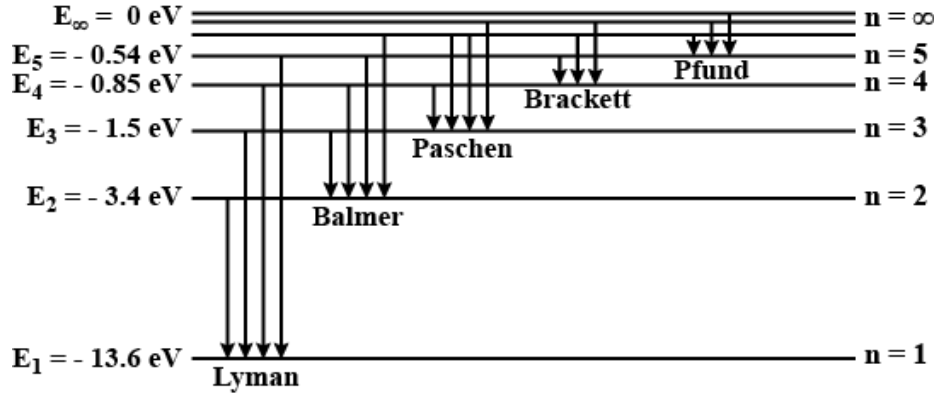
من العلاقة (2-17):

$$E_n = -A \frac{1}{n^2}$$

$$A = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} = 2.18 \cdot 10^{-18} J = 13.6 eV \quad (2-24)$$

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \quad (eV)$$

عندما لا يكون هناك شيء يثير ذرة الهيدروجين، يكون إلكترون الهيدروجين في مستوى الطاقة الأول (n=1) اي المستوى الأقرب إلى النواة. ولكن إذا زودت الذرة بالطاقة، فإن الإلكترون ينتقل إلى مستوى طاقة أعلى -أو حتى يُزال من الذرة تمامًا كما هو موضح في الشكل (2-3) والذي يبرز مخطط سويات الطاقة لذرة الهيدروجين.



Energy level diagram for hydrogen atom

شكل (2-3): مخطط سويات الطاقة لذرة الهيدروجين.

2.3. طاقة التايين (التشرد)

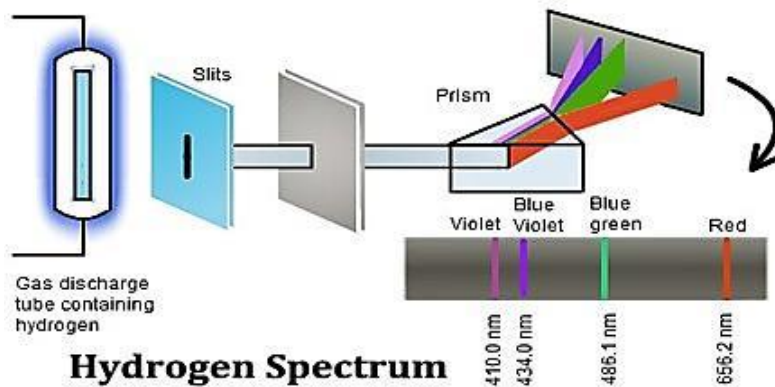
هي الطاقة التي يجب تقديمها للذرة لطرده الإلكترون بعيدا عن النواة من الحالة الأساسية إلى اللانهاية

$$E_i = \Delta E = E_\infty - E_1 = 13.6 \text{ eV} \quad (2-25)$$

4. الاطياف الذرية

من المعروف منذ نهاية القرن 19 ان الخطوط الطيفية ترتب في سلاسل كان اولها تلك المكتشفة من قبل العالم السويسري بالمر (Balmer) في سنة 1885 اثناء عملية التفريغ الكهربائي لغاز الهيدروجين كما هو موضح في الشكل (4-2).

يتم ملاحظة طيف انبعاث الهيدروجين عندما يتكسر جزيء الهيدروجين إلى ذرات الهيدروجين ويتم انتقال الإلكترونات الموجودة فيها إلى مستويات طاقة أعلى. وعند رجوع هذه الإلكترونات فإنها تبعث نفس الطاقة على هيئة فوتون.



شكل (4-2): مطياف بسيط لقياس الطيف يظهر خطوط رأسية رقيقة.

1.4. الاطوال الموجية لخطوط الطيف في سلسلة ليمن

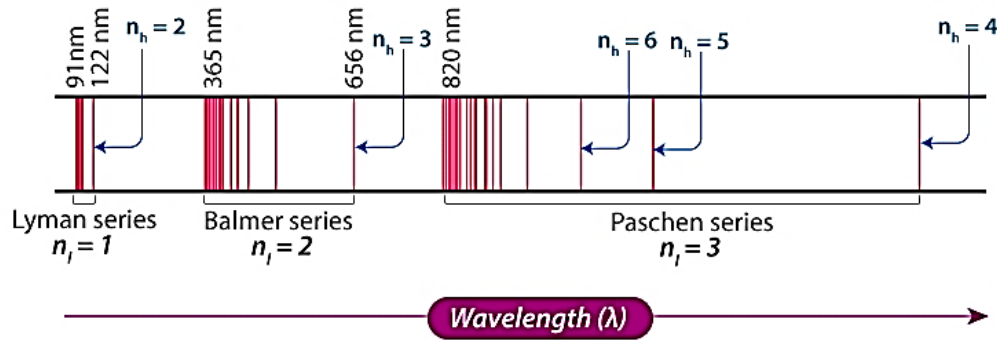
$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad / n_1 = 1 \quad (2-26)$$

$\lambda = 121.56\text{nm}$	نجد	$n_2 = 2$	H α الخط الاول
$\lambda = 102.57\text{nm}$	نجد	$n_2 = 3$	H β الخط الثاني
$\lambda = 97.25\text{nm}$	نجد	$n_2 = 4$	H γ الخط الثالث
$\lambda = 90.97\text{nm}$	نجد	$n_3 = 5$	H δ الخط الرابع

$$n_2 = 2, 3, 4 \dots \rightarrow n_1 = 1$$

2.4. سلاسل طيف الهيدروجين الأخرى

يتكون الطيف الكامل للهيدروجين من سلاسل منفصلة من الأطوال الموجية المتميزة المركزة في المناطق فوق البنفسجية والمرئية والأشعة تحت الحمراء من الطيف الكهرومغناطيسي. تم تسمية السلاسل الست التي تم العثور عليها على اسم مكتشفيها. في ترتيب زيادة الطول الموجي هم سلسلة ليمان (فوق بنفسجي)، سلسلة بالمر (مرئية)، سلسلة باشن، سلسلة براكيت، سلسلة بوند، وسلسلة همفري (الأشعة تحت الحمراء). كما موضح في الشكل (5-2).



الشكل (5-2): خطوط الطيف في سلاسل ذرة الهيدروجين.

اسم السلسلة	ريدبرج	الاقلاع	الوصول
Balmer Series سلسلة بالمر	$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$	$n_2=3,4,5\dots$	$n_1=2$
Paschen Series سلسلة باشن	$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$	$n_2=4,5,6\dots$	$n_1=3$

3.4. نظرية بور على اشباه الهيدروجين (Hydrogenoides)

تتألف من نواة تحمل شحنة Ze يدور حولها الكترون واحد لدينا من العلاقة (20-2)

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{AZ^2}{hc} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (2-27)$$

وتصبح العلاقة التي تسمح بحساب الطيف الضوئي للأشبه الهيدروجين كما يلي:

$$\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda} = R_H Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (2-28)$$

ثابت ريدبراج للأشباح الهيدروجين $R=R_H Z^2$ معنى ذلك عبارة الطاقة المختصر للأشباح الهيدروجين تكتب:

$$E_n = E_H Z^2 = -\frac{13.6}{n^2} Z^2 \quad (2-29)$$

ملاحظة:

نموذج بور لا يصلح الا للذرات التي تحتوي على الكترون واحد وهي ذرة الهيدروجين و اشباه ذرة الهيدروجين شاردة البور، شاردة البريليوم، شاردة الليثيوم Li_3^{2+} ، شاردة الهيليوم He_2^{+} .

4.4. اشتقاق الفرضية الثانية لبور و معناها الفيزيائي

في عام 1912 وضع العالمان ودلسيون وسمر فيلد Wilson and Sommerfeld تفسير للنجاح الذي حققته فرضية بور لتركيب الذرة واتفقها مع النتائج التجريبية. ولكن بقي السؤال وهو ما علاقة مبدا تكميم عزم كمية الحركة الزاوية المدارية للإلكترون في فرضية بور وكذلك فرضية بلانك بتكميم طاقة الإلكترون يتحرك حركة توافقية بسيطة.

⊕ قاعدة التكميم لدلسيون وسمر فيلد

قاعدة التكميم ان اي نظام فيزيائي تكون فيه المحاور الاحداثية دالة دورية في الزمن فهناك شرط الكمية يجب ان يتوفر لكل محور حسب العلاقة $\oint p_q \cdot dq = n_q h$ حيث q هو احد المحاور و p_q كمية الحركة المصاحبة للمحور و n_q العدد الكمي (n: عدد صحيح).

يشير الى ان التكامل يجري بحسب دورة واحدة كاملة على المحور q

$$L = m \cdot v \cdot r = cont$$

$$\oint p_q \cdot dq = n_q h$$

$$\oint L \cdot d\theta = nh$$

(2-30)

$$\oint L \cdot d\theta = L \int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi L$$

$$2\pi L = nh \rightarrow L = \frac{nh}{2\pi} = n\hbar$$

⊕ المعنى الفيزيائي لفرضية بور :

حسب فرضية دي برولي والتي تحدد الموجة المصاحبة للجسم المادي (الإلكترون) وفق العلاقة:

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

حيث p كمية الحركة للإلكترون في مداره الذي نصف قطره r

$$L = m.v.r = p.r = n \frac{h}{2\pi}$$

$$\frac{h}{\lambda} r = \frac{nh}{2\pi}$$

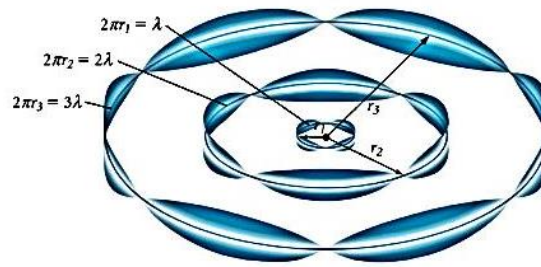
(2-31)

$$2\pi.r = n\lambda$$

وهذه المعادلة هي التي تعطي التفسير الفيزيائي لفرضية بور (2) والتي تشير ان المدارات المسموح للإلكترون بالتواجد فيها هي مدارات يكون محيطها يساوي عدد صحيح من الطول الموجي لي دي برولي.

مثال للتوضيح

نأخذ الحالة الكمية $n=3$ بناء على العلاقة (2-31) يجب أن يتحقق على محيط المدار الدائري عدد صحيح موجب من طول الموجة المرافقة للإلكترون، كما في الشكل (2-6) الآتي:



الشكل (2-6): الموجة المستقرة المصاحبة للإلكترون في مداره حسب فرضية بور.

- ⊕ حالة (1): إذا كان محيط المدار مساوي لعدد صحيح من الطول الموجي، فإن الموجات المصاحبة للإلكترون ستكون في نفس الطور (in phase) وعليه الإلكترون حتما موجود في ذلك المدار.
- ⊕ حالة (2): إذا كان محيط المدار لا يساوي عدد صحيح من الطول الموجي فإن الموجات الحركية تهدم بعضها البعض وتكون الموجة المصاحبة في هذه الحالة صفرا وهذا يعني انه لا يوجد الكترون على المدار.

اوجه نجاح و فشل نموذج بور

كان نموذج بور خطوة رائعة لنظرية الكم الجديدة، ولكن كان لها حدودها.

اوجه النجاح

- يمكن النموذج من تفسير الأطياف الذرية لذرة الهيدروجين واشباه الهيدروجين (ايونات أحادية الإلكترون).
- وحساب طاقة التأين لهذه الاخيرة.
- تمكن بور من تكميم قيم طاقة الإلكترونات في سويات الطاقة المختلفة.
- التوفيق بين نموذج رادرفورد ونظرية ماكسويل حيث أكد نموذج بور أن الإلكترونات أثناء دورانها حول النواة في الحالة المستقرة لا تشع طاقة وبالتالي لا تسقط داخل النواة (التفسير الكلاسيكي للجسيم المشحون

المتسارع يشع طاقة كهرومغناطيسية ويخسر طاقته تدريجيا حتى تنعدم وهذه يقود الى فكرة خاطئة وهو سقوط الالكتران داخل النواة).

■ لا يمكن من تفسير بنية الخطوط الطيفية الدقيقة.

اوجه الفشل

- لا يشرح نموذج بور الاطياف الذرية للذرات متعددة الالكترونات (تحتوي على أكثر من إلكترون).
- أفترض أن الإلكترون يدور في مدارات محددة ذات بعد واحد حول النواة مما يعني أن ذرة الهيدروجين مسطحة ولكن ثبت بعد ذلك من أن الذرة مجسمة.
- يفترض النموذج ان الإلكترون جسيم مادي ولم يأخذ بعين الاعتبار الطبيعة الموجية للإلكترونات.
- عدم قدرته على تفسير خطوط طيفية جديدة عند استخدام اجهزة تحليل طيفي ذات قدرة عالية.
- لا يمكن لهذا النموذج ان يشرح مفعول زيمان (انحلال الخطوط الطيفية للذرات عن وقوعها تحت تأثير مجال مغناطيسي خارجي).

5. تعديلات في نموذج بور الذري

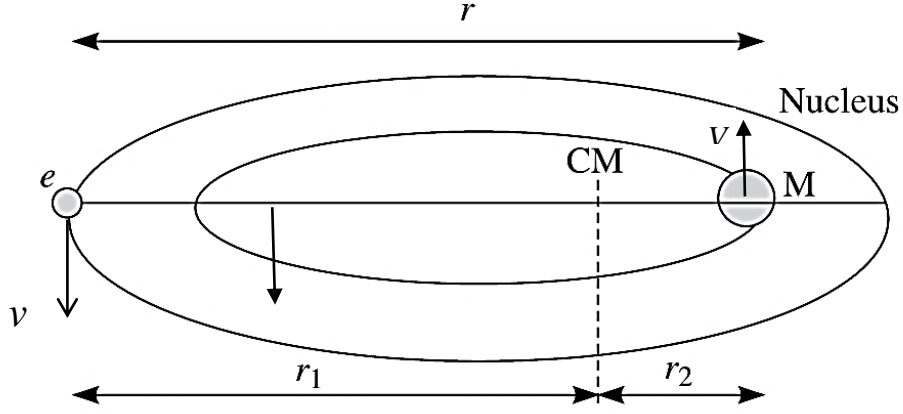
1.5. الكتلة المختزلة (Reduced Mass)

في المحاضرات السابقة اعتبرنا ان كتلة النواة الذرية لا نهائية بمعنى كبيرة جدا مقارنة مع كتلة الالكتران وتم ايضا اعتبار النواة ثابتة ولا تتحرك في الفراغ، لكن هذا التقريب يتوافق مع نتائج القياسات الطيفية التجريبية لذرة الهيدروجين باعتبارها تحتوي على بروتون واحد فقط، لكن القيم النظرية المتوقعة بالاعتماد على فرضية بور تبعد نسبيا عن النتائج التجريبية بزيادة العدد الكتلي للانوية الشبيهة بالهيدروجين كمثال عن ذلك عن التعامل مع نظائر الهيدروجين (طيف الديتريوم والهيدروجين النظريين متماثلين) وبذلك نجد انفسنا بحاجة الى تقريب او نموذج اخر وهو ما يعرف بنموذج النواة المتحركة. وهذه بعض مسلمات النموذج

- ان كل من الالكتران والنواة تدوران حول مركز الثقل الموضح في الشكل ادناه
- كلا الكتلتين تدوران في مسار دائري مستقر.

● ايجاد عبارة الكتلة المختزلة للإلكترون

نفترض ان كل من الالكتران والنواة يدوران حول نقطة ثابتة في الفراغ تسمى مركز الثقل (Center of mass) بنفس السرعة الزاوية ω كما هو موضح في الشكل (2-7) حيث r_1 و r_2 بعد كل من الالكتران والنواة عن مركز ثقل النظام (CM) و m ، M كتليهما على التوالي من نظرية مركز الثقل يمكن ان نجد:



الشكل (7-2): دوران النواة والإلكترون حول مركز كتلتها.

$$Mr_2 = mr_1 \quad \text{and} \quad r_2 + r_1 = r$$

$$r_1 = \frac{Mr_2}{m} = \frac{M}{m}(r - r_1) \Rightarrow r_1 = \frac{M}{m+M}r$$

$$r_2 = r - r_1 = r - \frac{M}{m+M}r \Rightarrow r_2 = \frac{m}{m+M}r$$

$$E_{K.T} = E_{elec} + E_{noy} = \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2 \quad / \quad \omega = \frac{V}{r_2} = \frac{v}{r_1}$$

$$E_{K.T} = \frac{1}{2}M\omega^2r_2^2 + \frac{1}{2}m\omega^2r_1^2$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2(Mr_2^2 + mr_1^2)$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2 \left[\frac{Mm^2}{(m+M)^2}r^2 + \frac{mM^2}{(m+M)^2}r^2 \right]$$

(2-32)

$$= \frac{1}{2}\omega^2r^2 \left[\frac{Mm(m+M)}{(m+M)^2} \right]$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2r^2 \left[\frac{Mm}{m+M} \right]$$

لاحظ معي إذا اعتبرنا ان السرعة الخطية للنظام تكتب $V = \omega r$ نجد ان الطاقة الحركية الكلية يمكن كتابتها على الشكل:

$$E_{K.T} = \frac{1}{2} \left[\frac{Mm}{m+M} \right] v^2$$

$$= \frac{1}{2} \mu v^2 \quad / \quad \mu = \frac{Mm_e}{m_e + M} = \frac{m_e}{1 + \frac{m_e}{M}} < m_e \text{ is called reduced mass} \quad (2-33)$$

وعليه يمكن اعتبار إن حركة النظام (نواة – إلكترون) يكافئ حركة جسيم كتلة اقل من كتلة الإلكترون يشار إليها بالرمز μ تدعي الكتلة المختزلة في مدار نصف قطره $r=r_1+r_2$ مركز ثقله كما هو موضح في الشكل CM.

• ايجاد عبارة العزم الحركي الكلي للنظام (كمية الحركة الكلية للنظام)

تكتب عبارة العزم الكلي الحركي للنظام (الإلكترون-نواة) على الشكل:

$$L_T = L_e + L_{noy} = m r_1 v + M V r_2$$

$$= M \omega r_1^2 + m \omega r_2^2$$

$$= \omega \left[\frac{mM^2}{(m+M)^2} r^2 + \frac{Mm^2}{(m+M)^2} r^2 \right]$$

$$= \omega r^2 \left[\frac{mM(m+M)}{(m+M)^2} \right]$$

$$= \omega r^2 \left[\frac{mM}{m+M} \right]$$

$$= \omega r^2 \mu$$

$$= \mu V r$$

السرعة الخطية للنظام $V=\omega r$

وبالتالي تصبح عبارة العزم الكلي

• عبارة ثابت ريدبراج في تقريب النواة المتحركة

في الحالة الخاصة عندما نعتبر ان كتلة النواة لانتهائية عندما $M \rightarrow \infty, \mu \rightarrow m_e$. هذا الافتراض يعتبر كما أسلفنا الذكر ان النواة ساكنة وعليه وجدنا عبارة ثابت ريدبراج كما في العلاقة (2-23)

$$R = R_\infty = \frac{A}{hc} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$$

باتباع نفس الخطوات السابقة مع استبدال كتلة الإلكترون بالكتلة المختزلة وبالإستعانة بعلاقة مقلوب الطول الموجي نحصل على ان عبارة ثابت ريدبراج تكتب على الشكل:

$$\begin{aligned}
R_x &= \frac{\mu e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} = \frac{e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \left[\frac{mM}{m+M} \right] \\
&= \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \left[\frac{M}{m+M} \right] \\
&= R_\infty \left[\frac{M}{m+M} \right]
\end{aligned} \tag{2-34}$$

بضرب طرفي العبارة الاخير في m كتلة الالكترن يمكن ان نكتب عبارة ثابت ريديراج الجديدة على النحو:

$$\begin{aligned}
R_x \cdot m &= R_\infty \left[\frac{M}{m+M} \right] \cdot m \\
\frac{R_x}{\mu} &= \frac{R_\infty}{m} \\
R_x &= \frac{\mu}{m} R_\infty = \frac{1}{1 + \frac{m}{M}} R_\infty \quad / \quad \frac{\mu}{m} = \frac{1}{1 + \frac{m}{M}} < 1
\end{aligned} \tag{2-35}$$

ثابت ريديراج للهيدروجين واشباه الهيدروجين
 باعتبار كتلة النواة الذرية محدودة

$$R_x = \frac{\mu}{m} R_\infty$$

ويتبين من هذا ان ثابت ريديراج يتعلق بكتلة النواة الذرية، فمثلا لنظائر العنصر الواحد فان قيمة ثابت ريديراج تختلف باختلاف النظير، بمعنى ان لكل نظير طيف يختلف عن النظير الاخر فمن غير المعقول ان يكون طيف الهيدروجين هو نفسه طيف الديوتيريوم (Deuterium) حيث تم اكتشاف هذا الاخير سنة 1932 من طرف العالم الكيميائي الامريكي Harold Urey عند مشاهدة ازاحة الخطوط الموجية الطيفية المنبعثة من غاز الهيدروجين والذي يحتوي عن نسبة 0.17 في الالف من الديوتيريوم.

مثال

الذرة (نظائر الهيدروجين)	رمز الذرة	كتلة الذرة
الهيدروجين	${}^1_1\text{H}$	$M_H = 1836m$
الديوتيريوم	${}^2_1\text{D}$	$M_D = 3672m$

$$R_\infty = 1.0973731 \times 10^7 m^{-1}$$

1. احسب μ/m_e لذرة الهيدروجين.
2. احسب قيمة ثابت ريديراج للذرتين وماذا تلاحظ .
3. حدد جهة الانحراف الناتج في جهة الاطوال الموجية لذرة الديوتيريوم.
4. ماذا يحدث لطيف ذرة الديوتيريوم اذا اخذنا بعين الاعتبار ان كتلة النواة نهائية مقارنة

الاجابة

$$1. \mu / m_e = \frac{M}{m_e + M} = \frac{1836m_e}{1837m_e} = 0.99945$$

$$R_H = \frac{\mu}{m} R_\infty = \frac{1}{1 + \frac{m}{M}} R_\infty = \frac{1}{1 + \frac{1}{1836}} 1.0973731 \times 10^7 = 1.0967757 \times 10^7 m^{-1} \quad .2$$

$$R_D = \frac{\mu}{m} R_\infty = \frac{1}{1 + \frac{m}{M}} R_\infty = \frac{1}{1 + \frac{1}{3672}} 1.0973731 \times 10^7 = 1.0970743 \times 10^7 m^{-1}$$

نلاحظ ان R_D اكبر من R_H

3. يكون هناك ازاحة بجهة الاطوال الموجية اقل عند التعامل مع الكتلة المختزلة على نظائر الهيدروجين واشباه

$$\frac{1}{\lambda} = R.Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \text{ وهذا حسب علاقة ريديبراج الهيدروجين.}$$

2.5. تعديلات سمر فيلد المدارات الإهليلجية Sommerfeld Model



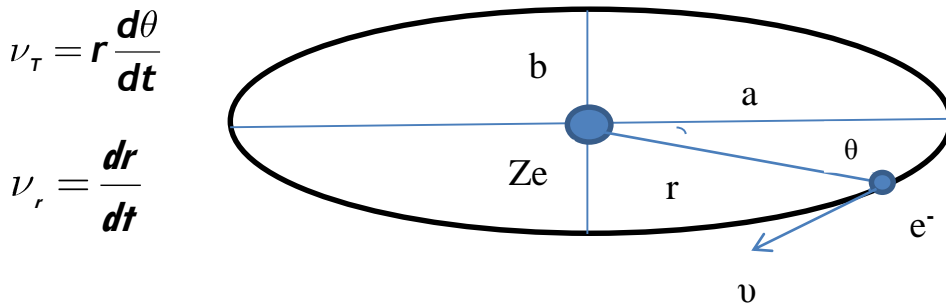
Arnold Johannes
Wilhelm Sommerfeld
1868 – 1951

تعرض الأطياف الذرية بنية دقيقة بسبب انقسام الخطوط الطيفية. في محاولة لتفسير الهيكل الدقيق، اقترح أرنولد سمر فيلد مدارات إهليلجية بدلاً من المدارات الدائرية التي اقترحها بور.

- مدد سمر فيلد نتائج بور لتشمل المدارات الإهليلجية فرضة سمر فيلد جاءت بعد اكتشاف انحلال الخطوط الطيفية المنبعثة من ذرة الهيدروجين عند دراسة الطيف بالتحليل الطيفي الدقيق حيث تم ملاحظة خطوط طيفية قريبة جداً من الخط الطيفي الرئيسي.
- احتفظ بالرقم الكمي الأساسي n ، والذي يحدد طاقة الحالات المسموح بها.
- تمت إضافة رقم الكم المداري l ، الذي يتراوح من 0 إلى $n-1$ بخطوات عدد صحيح.
- جميع الحالات التي لها نفس العدد الكمي الرئيسي يقال إنها تشكل غلاًفاً أو قشرة form a shell، في حين أن الحالات ذات القيم المعطاة لـ l تشكل قشرة فرعية subshell.

n	ترميز القشرة	العدد الكمي المداري l	ترميز القشرة الفرعية	الحالة الكمية للنظام nl
1	K	0	s	1
2	L	1	p	2
3	M	2	d	3
4	N	3	f	4

افترض سمر فيلد ان شكل مدارات الالكترن حول النواة تكون اهليلجية (بيضاوية) (ellipse) بسرعة متغيرة حيث وجد طول المحورين الصغير والكبير للمدار من خلال قواعد التكميم.



$$v_T = r \frac{d\theta}{dt}$$

$$v_r = \frac{dr}{dt}$$

الشكل (8-2): المدار المقترح وفق نموذج سمر فيلد.

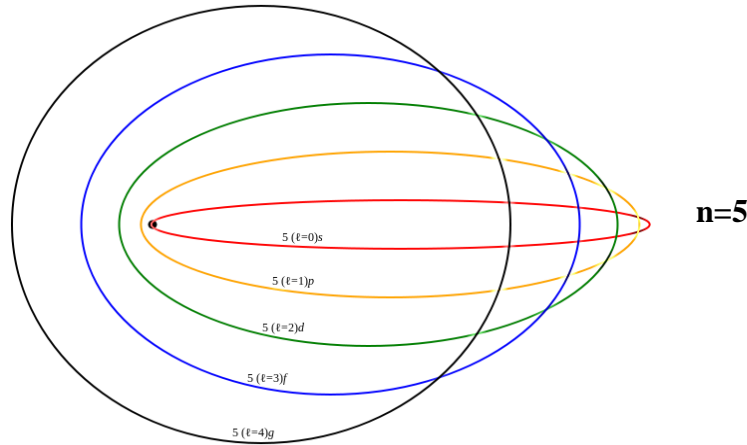
توصف حركة الإلكترون حول النواة الذرية من خلال الاحداثيات القطبية (r, θ) وبعد ذلك يتم تطبيق قواعد التكميم على الاحداثيات تحصل سومرفيلد شكل حجم ابعاد المدار بايجاد عبارتي a و b حسب العلاقتين:

• عبارة طول المحورين (a :major b :minor)

$$a = 4\pi\epsilon_0 \frac{n^2 \hbar^2}{\mu Z e^2}, \quad b = a \frac{l+1}{n} \quad (2-36)$$

الشقائق Degeneracy

الشكل ادناه يبين المدارات التي يمكن ان يأخذها الإلكترون من اجل الأعداد الكمية $(n=1,2,3,4)$



الشكل (9-2): المدارات في نموذج سومرفيلد للذرة.

من الملاحظ ان لكل قيمة للعدد الكمي الرئيسي n يوجد العديد من المدارات المسموح للإلكترون التواجد كما في الشكل (9-2) فيها تسمى مشتقات او (Degenerate). فيها يملك الإلكترون تقريبا نفس الطاقة.

ملاحظات هامة

- لكل عدد رئيسي كمي هناك عدد من المدارات المسموحة للإلكترون.
- المدار الدائري هو المفترض بواسطة بور.
- للمدارات الاهليجية المختلفة الأخرى من اجل نفس العدد الكمي (n) قيمة متماثلة للطاقة مختلفة قليلاً slightly different energies.
- المدارات العديدة والتي لها نفس n تسمى المشتقات (Degenerate).
- نعرف الانحلال (Degenerate) على ان للإلكترون نفس الطاقة ولكنه يكون في مدارات مختلفة وجميعها لها نفس العدد الكمي (n) .
- يظهر النموذج أن كل مستوى E_n ينحل، أي ان هذه القيمة للطاقة يمكن أن تتوافق تقريبا مع عدة مسارات بشكل بيضاوية.

تدريب

لتحديد شكل مدار الإلكترون وامكانية كون هذا الاخير يأخذ شكل قطع ناقص نأخذ الحالة $n=3$ كمثال

$$\frac{b}{a} = \frac{l+1}{n} \text{ لدينا}$$

a, b: نصف طول المحور الكبير و الصغير على التوالي للاهليج

	الحالة الكمية للنظام nl	المدرات وشكلها
من اجل n=3	$3s \rightarrow \frac{b}{a} = 1/3$ elliptical orbit	
$\frac{b}{a} = \frac{l+1}{n}$	$3p \rightarrow \frac{b}{a} = 2/3$ elliptical orbit	
	$3p \rightarrow \frac{b}{a} = 1$ circular orbit	
	مدار دائري ويوافق المدار المقترح حسب بور	

ماهي عبارة الطاقة الكلية للإلكترون في مداره حسب نموذج سومرفيلد؟

عبارة طاقة الاكترون الكلية في نموذج سمر فيلد (البنية الدقيقة The Fine Structure)

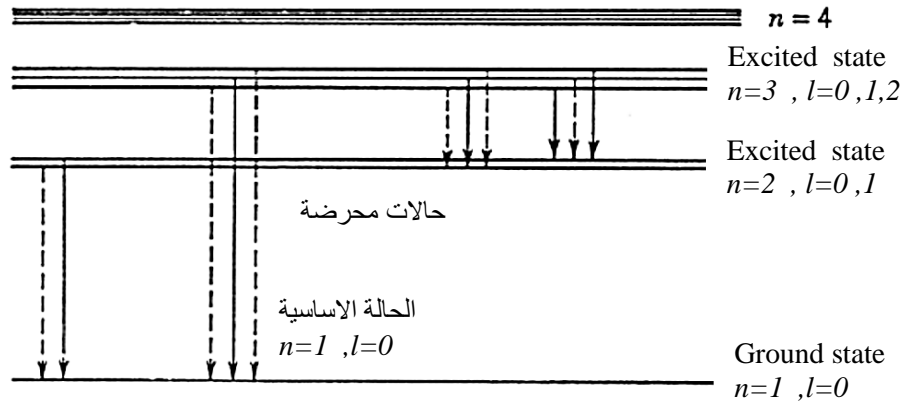
تكتب عبارة الطاقة الكلية للإلكترون في مداره على النحو:

$$E_{n,l} = E_n \left[1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} \left(\frac{n}{l+1} - \frac{3}{4} \right) \right]$$

$$= -\frac{Z^2 e^4 m}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} \left[1 + \frac{\alpha^2 Z^2}{n^2} \left(\frac{n}{l+1} - \frac{3}{4} \right) \right]$$
(2-37)

حيث ان α هو ثابت التركيب (البنية) الدقيق. $\alpha = \frac{1}{137} \approx 7.297 \cdot 10^{-3} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c}$

يظهر الشكل (10-2) أن كل مستوى E_n ينحل، الي قيم متقاربة في الطاقة بحسب العدد الكمي المداري l .



الشكل (10-2): التركيب الدقيق لانحلال بعض مستويات الطاقة في ذرة الهيدروجين.

- ⊕ لا حاجة إلى النسبية الخاصة باعتبار ان $v_1 = 2.2 \times 10^6 \text{ m / s}$ أقل من 1% من سرعة الضوء. كما انه في أي مدار آخر، هناك طاقة حركية أقل، أي يحتاج الإلكترون إلى التحرك بشكل أبطأ من ذلك.
- ⊕ تُعرف نسبة v_1 إلى c بثابت البنية الدقيقة $\alpha = v_1/c = 1/137$.

عيوب نموذج سومرفيلد الذري-

- ⊕ لا يشرح هذا النموذج سلوك النظام الذي يحتوي على أكثر من إلكترون واحد.
- ⊕ هذا النموذج لا يفسر تأثير زيمان وستارك تشرح في الفصل الرابع ان شاء الله.

6. العدد الكمي المداري والعزم المداري للإلكترون (العلاقة الكمية) and Orbital Quantum Number

Electron angular momentum

العزم الحركي المداري للإلكترون مقدار فيزيائي يصف دافعية الإلكترونات عند حركتها في مدارتها حول النواة الذرية.

بناء على نموذج سومرفيلد وبالأخص من خلال عبارة الطاقة الكلية للإلكترون نحتاج بذلك لتحديد عدد كمي آخر يدعى العدد الكمي المداري (الثانوي) حيث يحدد العزم الزاوي (orbital momentum) المداري للإلكترون. وكذلك يصف شكل المدار الفرعي لكل مستوى رئيسي قيمه في المجال $0 \leq l \leq n-1$ وهو يرتبط أساسا بالعزم الزاوي المداري حسب العلاقة:

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar \quad (2-38)$$

ان العزم الزاوي هو قيمة شعاعية تنتج من الضرب الشعاعي لنصف قطر دوران الجسم وكمية حركته $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ ملاحظة

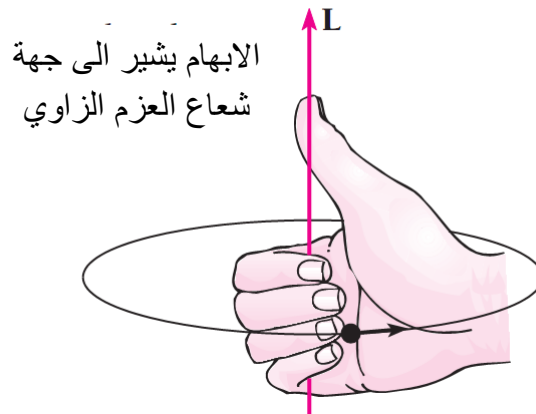
- تبين هذه العلاقة ان العزم الزاوي هو قيمة فيزيائية مكممة بالعدد الكمي المداري.
- تختلف العلاقة الاخيرة عن فرضية بور ممكن للعزم الحركي المداري ان يأخذ القيمة 0 من الناحية الكمية حسب العلاقة الاخيرة

$$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar \quad \text{for } l=0 \rightarrow L=0$$

وهذه القيمة غير ممكنة حسب بور (كلاسيكيا) لقد وجدنا ان

$$L = n \hbar \quad \text{for } n \neq 0 \rightarrow L \neq 0$$

- من غير الممكن ان قيمة شعاع العزم الزاوي ان تعطينا معلومة فيما يخص اتجاه العزم الزاوي في الفضاء. الا اننا نستطيع معرفة الاتجاه من قيمة المركبة في اتجاه المحور Z اي L_z كما سيوضح لاحقا. نتذكر أن المتجه L متعامد على المستوى الذي يدور فيه الإلكترون، وتحدد قاعدة اليد اليمنى جهته حيث تشير أصابع اليد اليمنى الى اتجاه الحركة، والإبهام في اتجاه L . كما هو موضح في الشكل (2-11).



الشكل (2-11): قاعدة اليد اليمنى لتحديد جهة العزم الزاوي

1.6. تكميم اتجاه العزم الزاوي Quantization of angular-momentum direction

اشكالية

عند وجود حقل مغناطيسي خارجي يؤثر على الذرة، كيف تتصرف الذرة تجاه ذلك المجال؟ هل المغناطيسية متأصلة في الذرة إذا لم تكن كذلك لن يحصل تفاعل ولماذا ركزنا على العزم الحركي الزاوي

الاجابة

الالكترونون في مداره حول النواة يشكل حلقة تيار كهربائية صغيرة، وكما هو معروف فكل حلقة تيار كهربائية تنشر حولها مجال مغناطيسي يشبه مجال ثنائي قطب مغناطيسي. ومن ثم يتفاعل الإلكترون الذري الذي يمتلك عزمًا زاويًا مع الحقل المغناطيسي الخارجي شدته B .

يحدد العدد الكمي المغناطيسي m_l اتجاه L عن طريق التحديد مركبات L في اتجاه المجال المغناطيسي الخارجي. غالبًا ما يشار إلى هذه الظاهرة تحت اسم تكميم الفضاء space quantization.

2.6. العدد الكمي المغناطيسي (m_l) و تفسيره الفيزيائي Magnetic Quantum Number

إذا تركنا اتجاه المجال المغناطيسي موازيًا لمحور z أي $(oz) // \vec{B}_{ext}$ ، من المؤكد ان المجال الخارجي يؤثر على توجهات (توجيه) شعاع العزم الحركي المداري. إن مركبة (مسقط) L في هذا الاتجاه يكتب على الشكل:

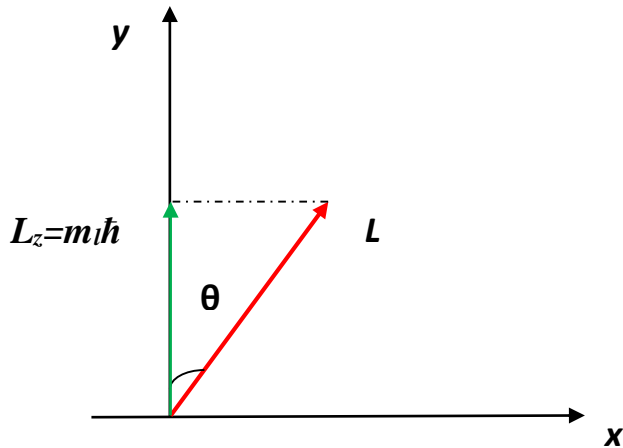
$$L_z = m_l \cdot \hbar \quad -l \leq m_l \leq +l$$

حيث m_l العدد الكمي المغناطيسي من الشكل (2-12) نلاحظ ان:

$$L_z = L \cos \theta \Rightarrow m_l \hbar = \sqrt{l(l+1)} \hbar \cos \theta \quad (2-39)$$

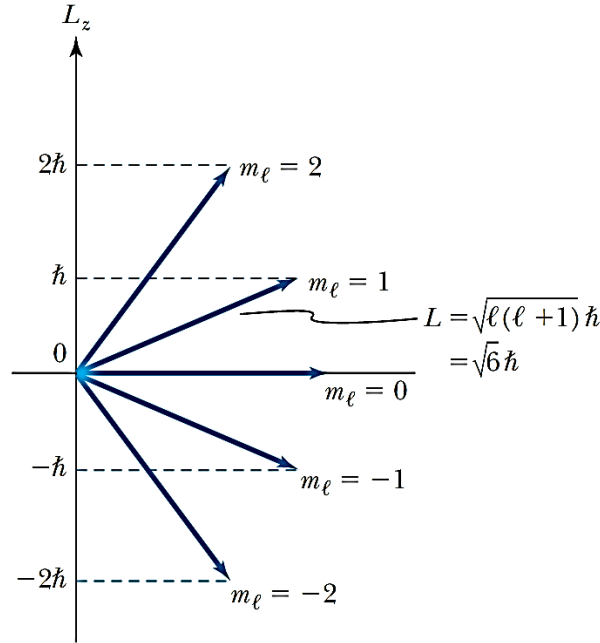
$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}} \right)$$

\vec{L} يضع زاوية θ مع المركبة L_z لها اتجاهات مكممة تظهر عند وجود حقل مغناطيسي خارجي.



الشكل (2-12): يوضح مسقط L على اتجاه المجال المغناطيسي Z مع محور التكميم.

العلاقة بين L ، L_z ، l وكذلك m_l موضحة في الشكل (13-2) من اجل القيمة $l=2$ فالملاحظ ان طول الشعاع L $||\vec{L}|| = L = \sqrt{l(l+1)} \hbar = \sqrt{6} \hbar$ وكذلك عدد الحالات الممكنة لمسقط \vec{L} هي 6 حالات تتوافق مع القيم الممكنة للعدد الكمي المغناطيسي المداري m_l (حالة ممكنة) $2l+1=6$ انها ظاهرة تكميم الفضاء وتترجم ان شعاع العزم الحركي له اتجاهات معينة مسموح بها في الفضاء.



الشكل (13-2): تكميم الفضاء للعزم الزاوي المداري عندما يكون العدد الكمي المداري $l=2$.

ملاحظة

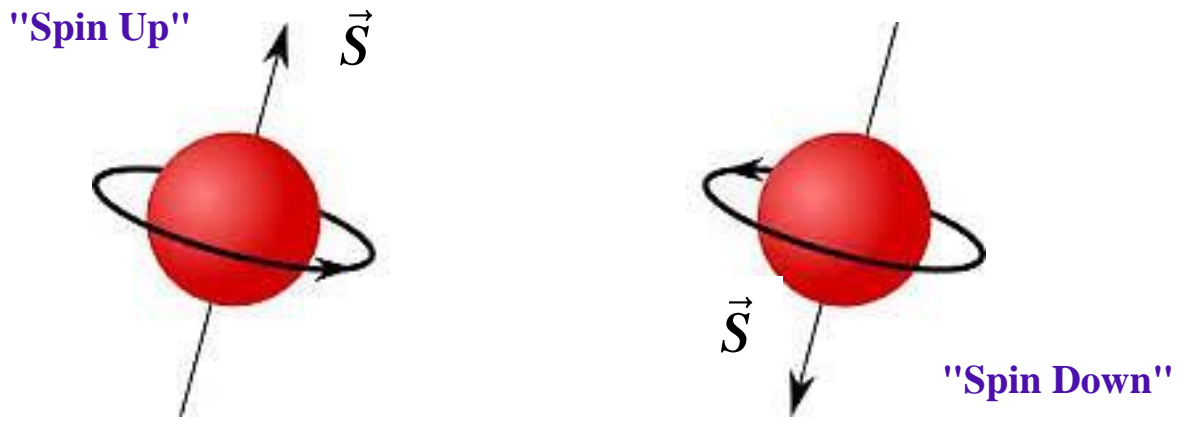
- عدد الكم m_l يحدد مقدار مركبة العزم الزاوي المداري في الاتجاه Z اي اتجاه L في الفضاء.
- حركة يمكن تخيلها كمخروط يتخذ من المجال المغناطيسي في الاتجاه Z محورا له.
- \vec{L} يملك $(2l+1)$ زاوية دوران في الفضاء.

7. العدد الكمي اللفي s و العزم الزاوي السبيني S Spin quantum number s and Spin angular momentum S

يدور الكترون حول محور يمر بمركزه، مثل حركة المغزل اثناء دورانه في مداره حول النواة، ولذلك فان للإلكترون عزم زاوي سبيني \vec{S} بالإضافة الى العزم الزاوي المداري \vec{L} يعطى بالعلاقة:

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar = \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar \quad (2-39)$$

حيث $s=1/2$ هو العدد الكمي السبيني



الشكل (2-14): العزم السبيني للإلكترون.

في حالة وجود حقل مغناطيسي خارجي فان مسقط S على المحور المغناطيسي المتجه باتجاه المحور Z وبالمشابهة مع العزم الزاوية المداري يمكن ان تعطى بالعلاقة:

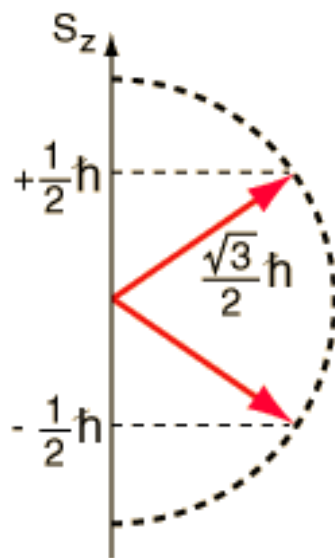
$$S_z = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar \quad (2-40)$$

$$m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2}$$

حيث m_s العدد الكمي المغناطيسي لسبطين الالكترون

\vec{S} يضع زاوية θ مع المركبة S_z تظهر عند وجود حقل مغناطيسي خارجي.

$$\cos\theta = \frac{S_z}{S} = \frac{m_s \hbar}{\hbar \sqrt{s(s+1)}} \Rightarrow \theta = \cos^{-1} \left(\frac{m_s}{\sqrt{s(s+1)}} \right) \quad (2-41)$$



الشكل (2-15): العزم السبيني للإلكترون حيث يملك زاويتين دوران في الفضاء ($2s+1$ حالة ممكنة).

1. كلاسيكيا فيمكن ان تأخذ الزاوية θ اية قيمة في الفراغ وهذا غير ممكن.
2. حسب نموذج بور، لا يوجد اي قيد على الانتقالات من سوية طاقة لآخرى أدنى منها (لا يوجد قيد على العدد الكمي الرئيسي n).
3. كوانتيا الانتقالات المسموحة تحقق قواعد الانتقاء التالية:

$$\begin{cases} \Delta l = \pm 1 \\ \Delta m_l = \pm 1 \\ \Delta s = 0 \end{cases} \quad (\text{selection rules})$$

8. العزم الزاوي الكلي للذرات أحادية الإلكترون Total Orbital Angular Momentum for Single-Electron Atoms

ان للذرة عزم زاوي مداري وعزم لف ذاتي سوى كانت تملك الكترون واحد او أكثر، نتوقع ذلك، كما هو صحيح بشكل كلاسيكي، عندما يتحد هذان العزمان الزاويين ينتج عزم زاوي إجمالي. تسبب العزوم في ذرات الإلكترون الواحد تقسيم (انحلال) مستويات الطاقة (*energy-level splitting*) إلى مضاعفات، حتى في حالة عدم وجود حقول مغناطيسية خارجية تؤثر على الذرة.

كما هو معروف ان للإلكترون عزم حركي مداري وسبيني تكتب عبارة العزم الحركي الكلي شعاعيا على النحو:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (2-42)$$

وقيمته مكتمه ومسقطه ايضا على المحور z اي J_z كذلك باعتبار ان كل من L و L_z و S و S_z مكتمه كما لاحظنا في الفقرات السابقة وتكتب على النحو:

$$\begin{aligned} J &= \sqrt{j(j+1)}\hbar \\ J_z &= m_j \hbar \quad -j \leq m_j \leq +j \end{aligned} \quad (2-43)$$

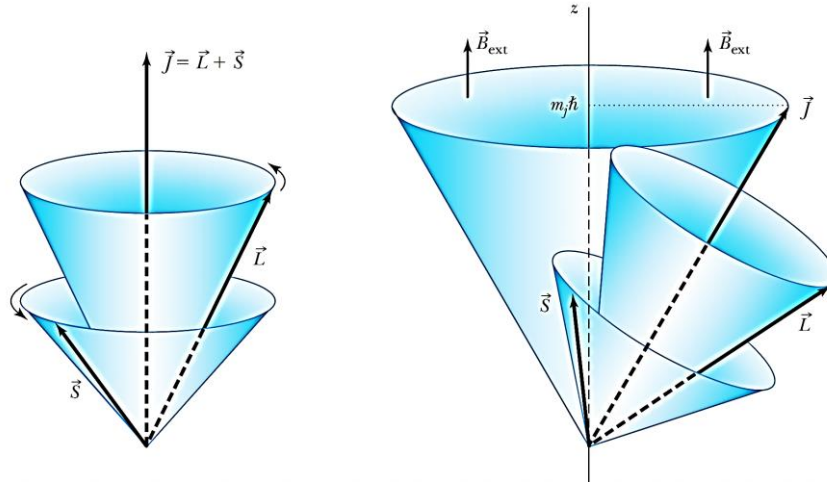
حيث j العدد الكمي الكلي (*total quantum number*) و m_j يدعى العدد الكمي المغناطيسي الكلي وقيمته نصف صحيحة.

$$j = |l \pm s| \text{ دوما موجبة}$$

$$\begin{aligned} l=0 &\rightarrow j = \frac{1}{2} \\ l=1 &\rightarrow j = \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \\ l=2 &\rightarrow j = \frac{5}{2}, \frac{3}{2} \end{aligned} \quad j > 0 \text{ يعطى حالات } j$$

لكل حالة من حالات العدد الكمي المداري l ، توجد حالتان للعدد الكمي المداري الكلي j ، إلا في الحالة التي فيها $l=0$ ، والمسماة (S state).

الشكل (2-17) يبين مقارنة لما يحدث للأشعة العزوم الحركية تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي، من الملاحظ ان هناك انحراف شعاع العزم الحركي الكلي بزواوية ϕ عن المحور Z تحت تأثير الحقل المغناطيسي الخارجي.



الشكل (2-16): في حالة وجود حقل مغناطيسي خارجي B فان J يدور حول اتجاه B في حين يستمر L و S في الدوران حول J . لاحظ ان العزم الكلي الزاوي J قيمة ثابتة في اتجاه واحد في الفضاء.

9. التمثيل الطيفي (الرمز الطيفي) للذرات وحيدة الالكترون

العدد الكمي الكلي $\leftarrow np_j$ \rightarrow (العدد الكمي الاساسي n)

مثال

الالكترون ذرة في الحالة الكمية

$$l=1 \quad / \quad n=2$$

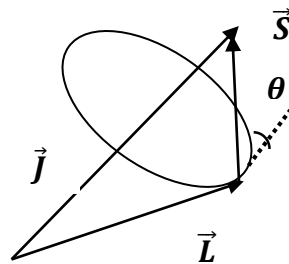
$$j = \frac{3}{2}, \quad \frac{1}{2} \leftarrow j = l \pm \frac{1}{2}$$

يرمز لها بالرمزين $2p_{\frac{3}{2}}$ او $2p_{\frac{1}{2}}$ للحالات الكمية الممكنة للذرة.

10. الزاوية بين شعاعي العزم الحركي المداري والسبيني

الزاوية بين شعاعي كمية الحركة

$$\theta \quad \vec{L}, \vec{S}$$



حركة مخروطية

الشكل (2-17): الجمع الشعاعي للعزم الحركي المداري والذاتي للإلكترون.

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$J^2 = L^2 + S^2 + 2\mathbf{L}\cdot\mathbf{S} \cos \theta$$

$$j(j+1)\hbar^2 = l(l+1)\hbar^2 + s(s+1)\hbar^2 + 2\sqrt{l(l+1)} \cdot \sqrt{s(s+1)}\hbar^2 \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)} \cdot \sqrt{s(s+1)}}$$



مسائل متدرجة في الصعوبة وحلول



بعض الثوابت الهامة:

$$1 \text{uma} = 1,66 \times 10^{-27} \text{kg}, h = 6,62 \times 10^{-34} \text{J.s}, e = 1,6 \times 10^{-19}, c = 3 \times 10^8 \text{m/s}$$

$$\epsilon_0 \approx 8.85 \times 10^{-12} \text{F/m}, R_H = 1,1 \times 10^7 \text{m}^{-1}, a_0 = 0,53 \times 10^{-10} \text{m}, m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{kg}$$

(النماذج الذرية (Atoms - Models)

التمرين الاول (استيعاب المحاضرة)

1. لماذا التعامل بالكتلة المختزلة عوض كتلة الالكترون. ما الذي سيحدث.
 2. يمكن ان تكون قيم العدد الكمي الكلي اعداد صحيحة.
 3. ماذا نقصد بتكميم الفضاء.
 4. ماذا يحدث لخطوط طيف الليثيوم Li^{+2} عندما يكتشب الالكترون.
- سنحصل على طيف أيون الليثيوم Li^{+} وهو يختلف تماماً عن طيف Li^{+2} شبيهه الهيدروجين.

(النماذج الذرية (Atoms - Models)

التمرين الثاني

تتصف مجموعة خطوط طيف بالمر بانتقال الالكترون في ذرة الهيدروجين من مستويات طاقة $n \geq 3$ إلى مستوى الطاقة $n = 2$ اذا كان اقصر الاطوال الموجية في سلسلة بالمر يساوي 364.6 nm احسب قيمة ثابت ريدبراج واكمل الجدول التالي:

$n = 6 \rightarrow n = 2$	$n = 5 \rightarrow n = 2$	$n = 4 \rightarrow n = 2$	$n = 3 \rightarrow n = 2$	الانتقال من $n \geq 3$ إلى مستوى الطاقة $n = 2$ في سلسلة بالمر
H- δ	H- γ		H- α	تسمية الخط
410.2	/	/	/	الطول الموجي nm
بنفسجي	ازرق	اخضر	احمر	اللون

ملاحظة بقية الخوط غير مرئية (فوق بنفسجي)

الاجابة

يوافق انتقال الالكترون من الملا نهاية نحو السوية المثارة الثانية $n=2$

$$n = \infty \rightarrow n = 2$$

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \cdot Z^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$$= R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$R_H = 1.097 \times 10^7 \text{m}^{-1}$$

تكملة الجدول:

$n = 6 \rightarrow n = 2$	$n = 5 \rightarrow n = 2$	$n = 4 \rightarrow n = 2$	$n = 3 \rightarrow n = 2$	الانتقال من $n \geq 3$ إلى مستوى الطاقة $n = 2$ في سلسلة بالمر
H- δ	H- γ	H- β	H- α	تسمية الخط
410.2	434.1	486.2	656.3	الطول الموجي nm
بنفسجي	ازرق	اخضر	احمر	اللون

(النماذج الذرية – Models – Atomics)

التمرين الثالث

1. اكتب عبارة نصف القطر والطاقة الكلية لذرات اشباه الهيدروجين بدلالة عبارتها من اجل ذرة الهيدروجين.
2. احسب بالإلكترون فولط طاقة المستوي الاساسي والحالة المثارة الاولى لشاردة البيريليوم ${}^3_4\text{Be}^{3+}$
3. حدد قيمة الطول الموجي المسبب لهذا الانتقال.
4. هل يمكن حساب طاقة المستوي الاساسي لذرة البيريليوم Be.
5. احسب نصف قطر المدار الثاني لشاردة الليثيوم ${}^2_3\text{Li}^{2+}$

الاجابة

1. عبارة نصف القطر والطاقة الكلية

$$r_n = a_0 \cdot \frac{n^2}{Z} = \frac{r_H}{Z}$$

$$E_n = E_H Z^2 = -\frac{13.6}{n^2} Z^2$$

2. حساب بالإلكترون فولط طاقة المستوي الاساسي والحالة المثارة الاولى

$$E_n = E_H Z^2 = -\frac{13.6}{n^2} Z^2$$

$$= -\frac{13.6}{1^2} 4^2$$

$$= -217.6 \text{ eV}$$

$$E_n = E_H Z^2 = -\frac{13.6}{n^2} Z^2$$

$$= -\frac{13.6}{2^2} 4^2$$

$$= -54.4 \text{ eV}$$

3. قيمة الطول الموجي

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} \rightarrow \lambda = 7.6 \times 10^{-9} \text{ m}$$

4. لا ليست من اشباه الهيدروجين

5. حساب نصف قطر المدار الثاني لشاردة الليثيوم ثنائية التأيين

$$r_n = a_0 \cdot \frac{n^2}{Z} = 0.53 \frac{2^2}{3} = 0.707 \text{ \AA}$$

التمرين الثالث

(النماذج الذرية - Models - Atomics)

يعاني الكترون احد الانظمة الذرية الحالة: $s=1/2$ ، $l=2$ حيث s العدد الكمي السبيني و l العدد الكمي المداري

1. ما القيم الممكنة للعزم الحركي الكلي Total Angular Momentum .

2. احسب الزاوية بين شعاع العزم الحركي المداري \vec{L} وكمية الحركة الذاتية للإلكترون \vec{S} في الحالة السابقة.

3. في حالة وجود حقل مغناطيسي خارجي مؤثر B_{ext} ما هي مركبات \vec{J}_z للإلكترون هذا النظام في الحالتين.

4. احسب الزاوية ما بين شعاع للعزم الزاوي الكلي واسقاطه على المحور oz وهذا بالنسبة للحالة الكمية: $j=1/2$.

الاجابة

1. القيم الممكنة للعزم الحركي الكلي

القيم الممكنة للعزم الحركي الكلي Total Angular Momentum ينبغي ايجاد العدد الكمي الاجمالي (الكلي) j الموافق لحالة الالكترن

$$j = \frac{5}{2} , \frac{3}{2} \leftarrow j = \left| l \pm \frac{1}{2} \right|$$

$$J = \sqrt{j(j+1)} \hbar$$

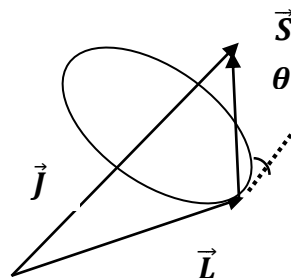
for

$$j = \frac{5}{2} \rightarrow J = \sqrt{\frac{5}{2}(\frac{5}{2}+1)} \hbar = \frac{\sqrt{35}}{2} \hbar$$

$$j = \frac{3}{2} \rightarrow J = \sqrt{\frac{3}{2}(\frac{3}{2}+1)} \hbar = \frac{\sqrt{15}}{2} \hbar$$

2. الزاوية بين شعاعي العزم الحركي المداري والسبيني

$$\theta \vec{L}, \vec{S} = \dots$$



حركة مخروطية

θ الزاوية بين شعاعي كمية الحركة يكتب الجمع الشعاعي للعزم الحركي المداري والذاتي للإلكترون وفق العلاقة.

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$J^2 = L^2 + S^2 + 2L \cdot S \cos \theta$$

$$j(j+1)\hbar^2 = l(l+1)\hbar^2 + s(s+1)\hbar^2 + 2\sqrt{l(l+1)} \cdot \sqrt{s(s+1)}\hbar^2 \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)} \cdot \sqrt{s(s+1)}}$$

هناك قيمتين محتملتين للزاوية θ وهذا بسبب وجود قيمتين مختلفتين للعدد الكمي الكلي j

$$\text{for } j = \frac{3}{2} \quad (l = 2, s = \frac{1}{2})$$

$$\cos \theta = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)} \cdot \sqrt{s(s+1)}} \rightarrow \theta = 135^\circ$$

$$\text{for } j = \frac{5}{2} \quad (l = 2, s = \frac{1}{2})$$

$$\cos \theta = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)} \cdot \sqrt{s(s+1)}} \rightarrow \theta = 61.87^\circ$$

3. مركبات مسقط شعاع العزم المداري على المحور Z

مركبات J_z للإلكترون هذا النظام في الحالتين وهذا في وجود حقل مغناطيسي خارجي مؤثر B_{ext}

$$J = \sqrt{j(j+1)}\hbar$$

$$J_z = m_j \hbar \quad -j \prec m_j \prec +j$$

حيث j العدد الكمي الكلي (total quantum number) و m_j يدعى العدد الكمي المغناطيسي الكلي وقيمته نصف صحيحة.

الحالة الاولى

$$j = \frac{3}{2}$$

$$-j \leq m_j \leq +j \rightarrow -\frac{3}{2} \leq m_j \leq +\frac{3}{2}$$

$$m_j = -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, +\frac{3}{2}$$

$$g = 2j + 1 = 4 \text{ state}$$

$$J_z = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ +\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ +\frac{3}{2} \end{array} \right| \hbar$$

الحالة الثانية

$$j = \frac{5}{2}$$

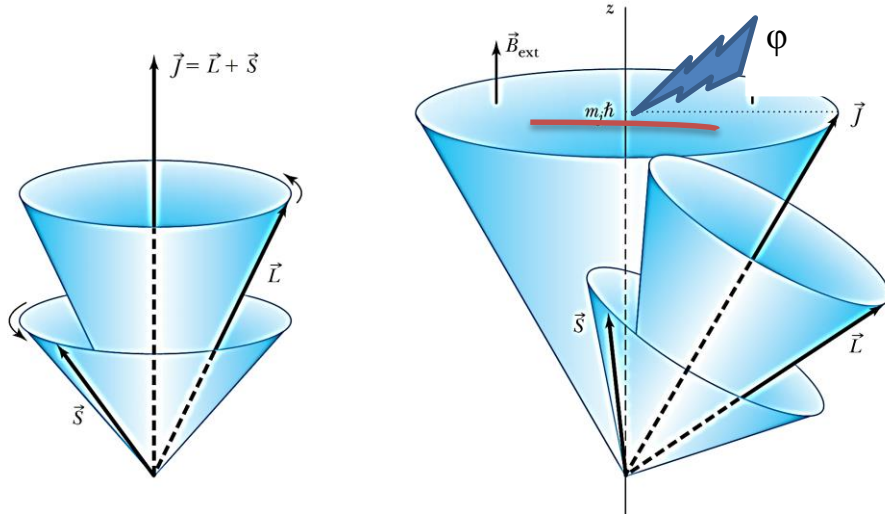
$$-j \leq m_j \leq +j \rightarrow -\frac{5}{2} \leq m_j \leq +\frac{5}{2}$$

$$m_j = -\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, +\frac{3}{2}, +\frac{5}{2}$$

$$g = 2j + 1 = 6 \text{ state}$$

$$J_z = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} \frac{5}{2} \\ -\frac{5}{2} \\ \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ +\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ +\frac{3}{2} \\ \frac{5}{2} \\ +\frac{5}{2} \end{array} \right| \hbar$$

4. حساب الزاوية ϕ ما بين شعاع للعزم الزاوي الكلي واسقاطه على المحور OZ وهذا بالنسبة للحالة الكمية $j=1/2$.



ملاحظة هامة: في وجود حقل مغناطيسي خارجي ينحرف العزم الحركي الكلي على المحور Z بزاوية ϕ (راجع الدرس).

$$\cos \phi = \frac{J_z}{J} = \frac{m_j \hbar}{\sqrt{j(j+1)} \hbar} = \frac{m_j}{\sqrt{j(j+1)}}$$

$$\text{for } j = \frac{1}{2} \rightarrow m_j = -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$$

$$m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow \phi = \cos^{-1} \left[\frac{-1/2}{\sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)}} \right] = 125.26^\circ$$

$$m_j = +\frac{1}{2} \rightarrow \phi = \cos^{-1} \left[\frac{+1/2}{\sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)}} \right] = 54.73^\circ$$

(نموذج النواة المتحركة وثابت ريدبراج)

الطول الموجي للخط H- α في سلسلة بالمر لذرة الهيدروجين ^1H يساوي 656.28 nm

1. احسب الطول الموجي للخط H- α من طيف ذرة تريتيوم ^3T

2. استنتج قيمة ثابت ريدبراج للذرة التريتيوم.

معطيات $M_H = 1836,2m_e$ $M_T = 5508,6m_e$

الفصل الثالث



العزم المغناطيسي لذرة
الهيدروجين

**The magnetic Moment
of the Hydrogen Atom**

يتوقع من الطالب ان في نهاية الفصل ان يكون قادرا على ان:

- التعرف على كيفية نشوء العزوم المغناطيسية في الذرات.
- العزم المغناطيسي للنشاء عن الحركة المدارية والذاتية للإلكترون.
- جمع العزوم المغناطيسية لذرات وحيدة الالكترون.
- تجربة ستيرن وجيرلاش وإثبات وجود الحركة الذاتية أو السبينية للإلكترون.
- التفاعل بين العزوم الذرية والعزم المغناطيسي الخارجي وانحلال خطوط الطيف.
- التفاعل سبين – مدار.

عزيري الطالب ما ينبغي معرفته حتى تكون ادركت الفصل الثالث (الكفاءات القاعدية):

المصطلحات و الثوابت الهامة للفصل الثالث

بعض المصطلحات و الثوابت الهامة للفصل

التسمية الاكثر تدوال	التسمية	المقدار وعبارته
العزم الحركي المداري للإلكترون	كمية الحركة المدارية للإلكترون	$L = \sqrt{l(l+1)} \hbar$
العزم الحركي السبيني للإلكترون	كمية الحركة السبينية (اللفية او الذاتية) للإلكترون	$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$
electron magnetic dipole moment	العزم المغناطيسي المداري للإلكترون	$\mu_l = \frac{e \hbar}{2m_e} \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{l(l+1)}$
	العزم المغناطيسي السبيني (اللفي او الذاتي) للإلكترون	$\mu_s = \frac{e \hbar}{2m_e} g S = \frac{e \hbar}{2m_e} g \sqrt{s(s+1)}$
	g معامل التقسيم او معامل لانديه Landé g-factor	بور مغنطون Γ_B Bohr magneton

مقدمة :

عندما تتحرك الشحنات فإنها تنتج مجالاً مغناطيسياً ويتولد تيار كهربائي وفق توجه محدد، وحسب تجربة أورستد ينشأ عن التيار مجال مغناطيسي له عزم مغناطيسي.

نذكر ان تجربة أورستد: مرور تيار كهربائي بسلك عاري وتأثيره على الابرّة المغناطيسية وذلك بانحرافها. إحدى طرق مراقبة التكميم المكاني (تكميم الفضاء) هي وضع الذرة تحت تأثير المجال المغناطيسي الخارجي. فيحدث التفاعل بين المجال المغناطيسي المطبق والعزم المغناطيسي ثنائي القطب للذرة (والذي يرتبط بالعزم الزاوي المداري للإلكترون)، فمن الممكن ملاحظة المكونات المنفصلة للعزم الحركي المداري ومساقطه على المحور z التي يبلغ عددها $2l+1$ مسقط محتمل، كما تظهر نتيجة مفاجئة تشير إلى خاصية غير متوقعة للإلكترون، والمعروفة باسم الدوران الذاتي للإلكترون *intrinsic spin* والذي ينتج عنه عزم لفي أو سبيني للإلكترون.

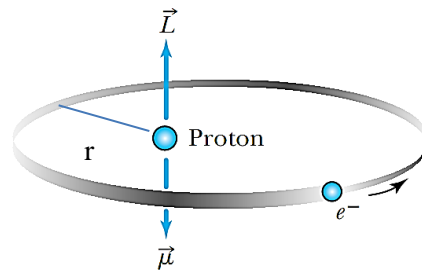
1. الدراسة الكلاسيكية :

حسب فرضية بور فان الإلكترون في الذرة وشحنته المتحركة مدارياً ينشأ عنه تيار كهربائي (دورة كاملة نصف قطرها مدار بور) وهذا التيار يتوقع مما سبق قوله في مقدمة الفصل سينشأ عنه مجال مغناطيسي له عزم مغناطيسي مداري ناتج عن حركة الإلكترون حول النواة يعطى بالعلاقة:

$$\mu_l = I \cdot A \quad (3-1)$$

A : مساحة مدار بور خلال دورة واحدة ($A = \pi r^2$).

I : شدة التيار الناتجة عن حركة الإلكترون في مدار بور الدائرية حول البروتون (ذرة الهيدروجين بروتون يدور حوله الكترون)



شكل (3-1): تمثيل العزم الحركي المداري L والعزم المغناطيسي المداري μ_l في ذرة الهيدروجين حيث نلاحظ انهما متعاكسين بسبب الشحنة السالبة للإلكترون.

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi r} \quad (3-2)$$

خلال دورة واحدة مدتها (T)

r: نصف قطر مدار الإلكترون

v: سرعة الإلكترون المدارية

$$\mu_l = \frac{ev}{2\pi r} \cdot \pi r^2$$

$$\mu_l = \frac{evr}{2} = \frac{em_e v r}{2m_e} = \frac{e}{2m_e} L$$

$$\mu_l = \left(\frac{e}{2m_e} \right) L \quad (3-3)$$

و بعبارة شعاعية نكتب:

$$\vec{\mu}_l = - \left(\frac{e}{2m_e} \right) \vec{L} \quad (3-4)$$

اشارة (-) تعني ان جهة العزم المغناطيسي المداري معاكسة مباشرة لجهة كمية الحركة المدارية للإلكترون

$$\frac{\mu_l}{L} = \frac{e}{2m_e} = \gamma \quad (3-5)$$

◆ تسمى النسبة $\gamma = \frac{e}{2m_e}$ بالنسبة الجيومغناطيسية (gyromagnetic ratio) وتساوي عدديا نسبة العزم

المغناطيسي المداري الى كمية الحركة المدارية، وهو كما واضح نسبة ثابتة لا تعتمد الا على كتلة الالكترون وشحنته. كما تعتبر الكمية $e / 2m_e$ أصغر وحدة مغناطيسية على مستوى المغناطيس الذري.

◆ يمكن كتابة عبارة العزم المغناطيسي بدلالة العدد الكمي المداري على النحو:

$$\mu_l = \frac{e\hbar}{2m_e} \sqrt{l(l+1)} = \mu_B \sqrt{l(l+1)} \quad (3-6)$$

◆ μ_B اصغر كمية للعزم المغناطيسي و تدعى مغناتون بور (Bohr magneton) و تبين المعادلة الاخيرة ان العزم المغناطيسي المداري هو قيمة مكممة وله اتجاهات محددة في الفضاء.

ملاحظة هامة

◆ $\mu_L \gg L \leftarrow \frac{\mu_l}{L} = \frac{e}{2m_e} \gg 1$ وبالتالي فالتأثير الكهرومغناطيسي في الذرة أكبر من التأثير الميكانيكي

لذلك فهو يتعدى خارج الذرة.

◆ قيمة مغناتون بور في جملة الوحدات الدولية هي:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = \frac{1.6021 \cdot 10^{-19} \text{ c } 1.054 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{2 \cdot 9.1091 \cdot 10^{-31}} = 9.274 \cdot 10^{-24} \text{ J / T}$$

2. الدراسة الكمية و اثر المجال المغناطيسي الخارجي المنتظم

ماذا يحصل عند تطبيق مجال مغناطيسي خارجي على الذرة.

لقد وجدنا في المحاضرات السابقة انه اذا كان المجال المغناطيسي B في الاتجاه المحو Z، فان اسقاط شعاع عزم كمية الحركة المدارية L على المحور Z يكتب $L_z = m_l \hbar$ بأسقاط عبارة العزم المغناطيسي المداري على Z نجد:

$$\mu_L = \frac{e}{2m_e} L \rightarrow \mu_{Lz} = \frac{e}{2m_e} L_z$$

$$\mu_{Lz} = \frac{e}{2m_e} m_l \hbar = \frac{e\hbar}{2m_e} m_l = \mu_B m_l \quad -l \leq m_l \leq l \quad (3-7)$$

■ شعاعيا نكتب:

$$\mu_{Lz} = \mu_B m_l \rightarrow \vec{\mu}_{Lz} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}_z \quad (3-8)$$

تمرين تدريبي

بين توجهات العزم المغناطيسي عندما يكون العدد الكمي المداري $l=2$ للإلكترون في الحالة الكمية d. القيم الممكنة للعدد الكمي المغناطيسي المداري هي:

$$l=2 \rightarrow m_l = -2, -1, 0, +1, +2$$

وبالتالي لدينا $(2l+1)=5$ حالة ممكنة لمسقط العزم المغناطيسي المداري على المحور Z كما هو موضح في الشكل (2-3).

$$L_z = \begin{vmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ +1 \\ +2 \end{vmatrix} \hbar \Rightarrow \mu_{Lz} = \mu_B \cdot m_l = \begin{vmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \\ +1 \\ +2 \end{vmatrix} \mu_B$$

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar = \sqrt{6}\hbar$$

$$\cos \theta = \frac{L_z}{L} = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}$$

$$m_l = -2 \rightarrow \theta = 144.7^\circ \rightarrow L_z = -2\hbar$$

$$m_l = -1 \rightarrow \theta = 114.1^\circ \rightarrow L_z = -\hbar$$

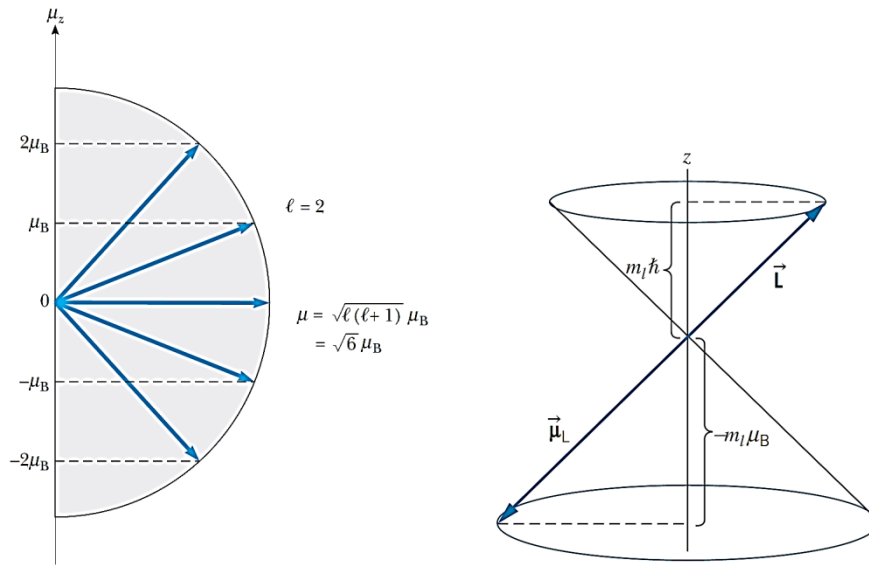
$$m_l = 0 \rightarrow \theta = 90^\circ \rightarrow L_z = 0$$

$$m_l = +1 \rightarrow \theta = 65.9^\circ \rightarrow L_z = +\hbar$$

$$m_l = +2 \rightarrow \theta = 35.3^\circ \rightarrow L_z = +2\hbar$$

$$\mu_L = \sqrt{l(l+1)} \cdot \mu_B$$

$$\mu_L = \sqrt{6} \mu_B$$



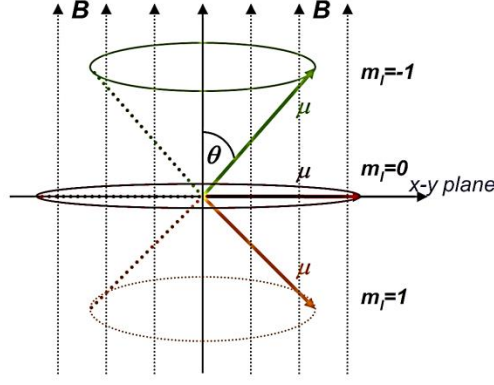
شكل (2-3): (a) مقارنة بين مسقط كمية الحركة ومسقط العزم المغناطيسي. (b) الاتجاهات الممكنة في الفضاء لمسقط العزم المغناطيسي على المحور z للحالة الكمية $l=2$.

من العلاقة $\vec{\mu}_{LZ} = -\mathbf{m}_l \cdot \vec{\mu}_B$ نلاحظ ان العزم المغناطيسي يعاكس في الاتجاه كمية الحركة الزاوية مباشرة ومن الملاحظ ان العزم المغناطيسي قيمة مكتمة وله اتجاهات محددة في الفضاء.

ما الذي يحدث عند تطبيق مجال مغناطيسي خارجي وتركانه يؤثر على الالكترون الوحيد في ذرة الهيدروجين وهل ممكن ان تكون طاقة التأثير (التفاعل) بين العزم المغناطيسي $\vec{\mu}_L$ و \vec{B}_{ext} بنفس الكيفية

انه تأثير زيمان (The zeeman effect)

للتبسيط نأخذ على سبيل المثال الحالة الكمية p ($l=1$): كما هو ملاحظ من خلال الشكل (3-4) السابق هناك ثلاث حالات ممكنة للعزم المغناطيسي المداري الالكترون المحط p في الفضاء.



شكل (3-3): العزم المغناطيسي في وجود حقل مغناطيسي خارجي.

بوجود حقل مغناطيسي خارجي شدته B (منتظم) باتجاه Z تتأثر كل وجود من هذه العزوم الثلاث بطريقة مختلفة، وهذا راجع ان طاقة التأثير الخارجي E_{mag} بين قوة الحقل المغناطيسي الخارجي (B) والعزم المغناطيسي تعتمد على الزاوية بينهما.

$$\begin{aligned}\Delta E &= -\vec{\mu}_l \cdot \vec{B} = -\mu_l \cdot B \cdot \cos \theta \\ &= -\mu_l \cdot \cos \theta \cdot B \\ &= +\mu_{lz} \cdot B \\ \Delta E &= +m_l \cdot \mu_B \cdot B\end{aligned}\tag{3-9}$$

وهي طاقة التفاعل بين عزم ثنائي القطب والمجال الخارجي B

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_{mag} = m_l \cdot \mu_B \cdot B \\ &= \frac{e\hbar}{2m_e} \cdot m_l \cdot B\end{aligned}\tag{3-10}$$

3. طاقة التفاعل بين العزم المغناطيسي المداري و المجال المغناطيسي الخارجى Magnetic Energy

ان التأثير المتبادل بين الحقل المغناطيسي الخارجى والعزم المغناطيسي يؤدي الى تغيير في طاقة الالكتران المحط p ، يعطى على النحو الاتي:

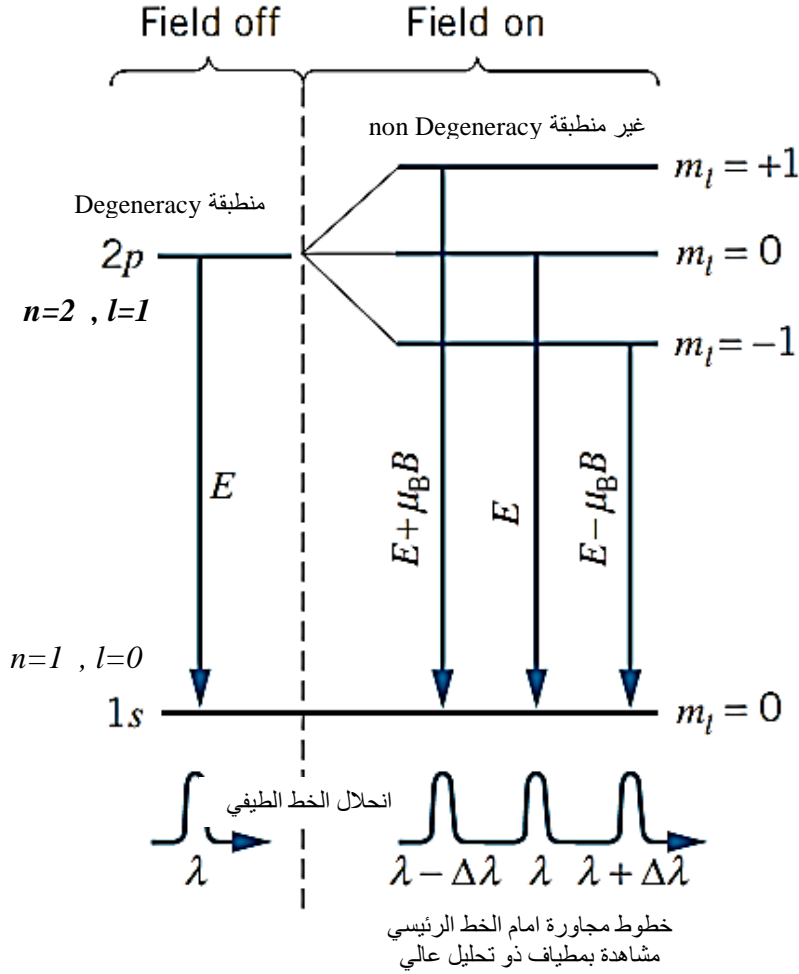
$$\begin{aligned}E &= E_n + \Delta E \\ &= E_n + m_l \cdot \mu_B \cdot B\end{aligned}\tag{3-11}$$

بعبارة اخرى

$$E_{nm} = E_n + m_l \mu_B B\tag{3-12}$$

العلاقة تبين بوضوح ان تغير مستويات الطاقة متعلق بالعدد الكمي المغناطيسي المداري m_l

ماذا يحدث لمستويات الطاقة تحت تأثير حقل مغناطيسي خارجي



شكل (3-4): تأثير زيمان العادي عند وجود الحقل المغناطيسي الخارجي فيظهر هناك انحلال للخط الطيفي الاصل ذو الطول الموجي λ الى ثلاثة خطوط متجاورة منفصلة.

ملاحظات

- ◆ بزيادة شدة الحقل الخارجي المطبق على الذرة يزداد تباعد خطوط الطيف.
- ◆ تستخدم حقول مغناطيسية خارجية لرفع حالات تحلل الطاقة (Degeneracy) في العديد من التقنيات مثل في الرنين المغناطيسي النووي (NMR nuclear magnetic resonance) وكذلك في تقنية التصوير بالرنين المغناطيسي (MRI magnetic resonance imaging).
- ◆ تأثير زيمان هو انفصال انشطار في خطوط الطيف المنبعثة من الذرة عندما تتعرض لمجال مغناطيسي خارجي.

بمعنى عندما توضع ذرة في مجال مغناطيسي خارجي فان طاقتها تعتمد على كل من n و m_l فالذي يحدث هو حدوث انقسام في المستوى الطاقوي n على مستويات ثانوية و المساحات الفاصلة بين المستويات الثانوية تعتمد على شدة المجال المغناطيسي وهذه الظاهرة تشكل برهانا قويا على تكميم الفضاء.

- ◆ في حالة وجود حقل مغناطيسي يؤثر على الذرة نأخذ على سبيل المثال الحالة الكمية $2p$ يؤدي هذا الى تغيير طاقة الالكتران و ترتفع بذلك حالة تحلل الطاقة (Degeneracy).

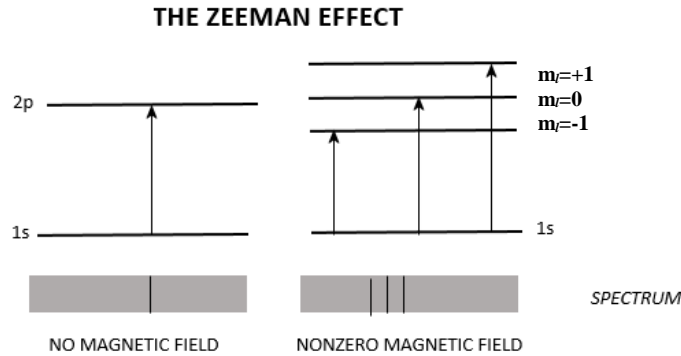
4. تأثير زيمان Zeeman effect

في الحقيقة وجود طاقة كامنة مرتبطة بالتفاعل بين ثنائي القطب المغناطيسي المداري والمجال المغناطيسي الخارجي له نتيجة مهمة في التأثير على حالة طاقة الذرة، بسبب الطاقة الكامنة المكتسبة من التفاعل، وهذا ما يترجم في صورة انقسام او انحلال لحالة طاقة واحدة إلى حالات طاقة متعددة متقاربة.

يوضح الشكل (3-5a) الحالة التي يكون عليها مستويين الطاقة في عدم وجود مجال مغناطيسي خارجي والجزء b يبين بوضوح انفصال هذين المستويين في وجود مجال مغناطيسي خارجي حيث ينشطر المستوى $l=1$ الى ثلاثة مستويات في حين لا يعاني المستوى $l=0$ اي انحلال كما اشارنا اليه سابقا انه من اجل كل قيمة ل l توجد $2l+1$ قيمة للعدد الكمي المغناطيس المداري m_l تعرف هذه الظاهرة بتأثير زيمان نسبة لمكتشفها العالم الهولندي بيتر زيمان في عام 1896م.

ان هذا الانشطار في مستويات الطاقة لذرة نتيجة وقوعها تحت تأثير مجال مغناطيسي خارجي (نقي في الحالة المثارة $n=2$ نحو $n=1$) يسمح بظهور خيارات انتقال للإلكترونات من مستوي الاثارة الى مستوي اقل اثارة والذي يتحكم في هذه الانتقالات هي قواعد الانتقال المدروسة سابقا وهي:

$$\begin{cases} \Delta l = \pm 1 \\ \Delta m_l = \pm 1, 0 \end{cases} \quad (3-13)$$



شكل (3-5): تأثير زيمان The Zeeman effect.

الطاقة المتوقعة لكل مستوى هي:

$$2p. n = 2, l = 1 \rightarrow -1 \leq m_l \leq 1$$

$$m_l = +1 \rightarrow E'_2 = E_2 + \mu_B \cdot B = E_2 + \frac{e\hbar}{2m_e} \cdot B$$

$$m_l = 0 \rightarrow E'_2 = E_2$$

$$m_l = -1 \rightarrow E'_2 = E_2 - \mu_B \cdot B = E_2 - \frac{e\hbar}{2m_e} \cdot B$$

- ◆ يحدث انشطار لخطوط الطيف المنبعث من الذرات عند تعريضها لحقل خارجي B_{ext}
 - ◆ لا يحدث انحلال للحالة الأساسية $1s$
 - ◆ عند تعرض الذرات المثارة لمجال مغناطيسي تتغير السرعة الزاوية للإلكترون وبالتالي تستحدث مستويات طاقة إضافية تمثلها مساقط العزم المغناطيسي الكمي للذرة على اتجاه المجال المغناطيسي الخارجي z
 - ◆ ومع زيادة عدد مستويات الطاقة، يزيد احتمال الانتقال للإلكترون بينها وبالتالي زيادة عدد خطوط الطيف أو يقسمها إلى ترددات مختلفة لاحظ في المثال السابق عند الانتقال من الحالة الكمية المثارة إلى الحالة الأساسية
- $$2p \quad (n=2, l=1) \rightarrow 1s \quad (n=1, l=0)$$

5. العزم المغناطيسي لسبين الإلكترون

يفترض التصحيح النهائي لنموذج الذرة أن الإلكترون ليس تمامًا شحنة نقطية، لكن شحنته موزعة على كرة دوارة حولها محورها وبسبب هذا الدوران كان له عزم مغناطيسي إضافي. وهذا ما توضحه تجربة شيفرن جيرا لاش كيف أن الإلكترون يملك عزم مغناطيسي بالرغم أن كمية حركته المدارية تساوي الصفر، مما أدى جدلاً كبيراً حول نتائج هذه التجربة واستمر هذا الجدل منذ سنة 1921 إلى غاية 1925. تعطى طاقة التفاعل بين العزم المغناطيسي المداري والمجال المغناطيسي الخارجي B بالعلاقة التالية حسب الفقرات السابقة:

$$\Delta E = -\vec{\mu}_L \cdot \vec{B} = -\mu_{Lz} \cdot B_z = m_l \cdot \mu_B \cdot B \quad (3-14)$$

$$\vec{B}_{ext} = B \cdot \vec{z} \quad \text{أي} \quad \text{مغنون بور ونذكر أن الحقل الخارجي موجه وفق المحور } Z \quad \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$$

العلاقة (3-14) تبين أن تغير مستويات الطاقة متعلق بالعدد m_l وهذا يعني أنه عندما تكون الذرة في الحالة الأرضية يكون $l=0$ وبالتالي $m_l=0$ كما هو الحال في ذرة الهيدروجين وذرة الفضة وبالتالي تصبح العلاقة السابقة:

$$\Delta E = 0 \quad (3-15)$$

نلاحظ من خلال العلاقة (3-15) أنه لا يوجد تغير في مستويات الطاقة من الناحية النظرية للحالة المدروسة ($l=0$) بالرغم من وجود مجال مغناطيسي خارجي. وهذه الحالة الخاصة الوحيدة التي نتجت من الدراسات النظرية لا تتفق مع التجربة التي تشير إلى أن هذه الحالة تعطي (تجريبياً خطين متقاربين من بعضهما البعض $\Delta E \neq 0$). فما هو تفسير وجود الخطين الطيفيين؟

$$\Delta E = \frac{e}{2m_e} \cdot L_z \cdot B = \frac{e\hbar}{2m_e} m_l \cdot B = 0 \quad (3-16)$$

$$\Delta E = 0$$

هذا يجعلنا نفكر إلى وجود عزم مغناطيسي ناتج عن دوران الإلكترون اللفي.

1.5. تفسير جود سميت النبيك September 1925, Uhlenbeck and Goudsmit

- يمتلك الالكترون كمية حركة زاوية ذاتية، وبالتالي فهو يملك عزمًا مغناطيسيًا ذاتيًا حتى في الحالة الأساسية لما تكون كمية حركته المدارية والعزم المغناطيسي المداري معدومان $L=0, \mu_L=0$
- يوافق كمية الحركة الزاوية الذاتية (العزم الحركي الذاتي) عدد كمي يسمى العدد الكمي السبيني s نسبة لكلمة Spin قيمة $s=1/2$.
- مسقط متجه كمية الحركة الذاتية للإلكترون على محور Z يوافق قيمتين ممكنتين $m_s = \pm 1/2$ يدعى العدد الكمي المغناطيسي السبيني (Spin magnetic quantum number)

2.5. العزم المغناطيسي اللفي (الذاتي) للإلكترون Electron spin magnetic dipole momentum

كما قلنا سابقًا إن العزم الحركي المداري ينتج عنه ثنائي القطب المغناطيسي المداري في المعادلة (3-6)، وبالمماثلة يكون للعزم الزاوي اللفي عزم مغناطيسي لفي وتكتب عبارة العزم المغناطيسي المرافق لدوران الإلكترون الذاتي بالعلاقة:

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{2m} \cdot g\vec{S} \quad (3-17)$$

$$\mu_s = \frac{e}{2m} \cdot gS$$

g : يدعى معامل التقسيم وقيمة $g=2.002319$ من أجل حركة الإلكترون اللفية (الذاتية)

في حالة وجود حقل مغناطيسي خارجي فإن مسقط العزم المغناطيسي اللفي على المحور Z يكتب:

$$\begin{aligned} \mu_{s,z} &= -\frac{e}{2m} \cdot gS_z = -\frac{e}{2m} \cdot gm_s \hbar \\ &= -\frac{e\hbar}{2m} \cdot g \left(\pm \frac{1}{2} \right) = \pm \frac{1}{2} g\mu_B \approx \pm \mu_B \end{aligned} \quad (3-18)$$

بمعنى يوجد توجيهين لمسقط العزم المغناطيسي الذاتي على المحور Z هما $\mu_{s,z} = \pm \mu_B$

وهذا يتوافق مع الدراسة التجريبية للعالمين الألمانيين شيرتن - جيرلاخ (جيرلاش) (توضح في الفقرة القادمة إن شاء الله)

ملاحظة

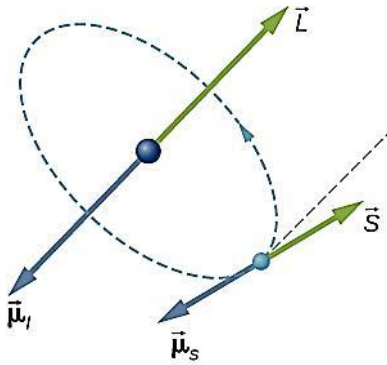
إن قيمة العزم المغناطيسي الذاتي للإلكترون هي:

$$\begin{aligned} \mu_s &= -\frac{e}{2m} \cdot gS = -\frac{e}{2m} \cdot g\sqrt{s(s+1)} \hbar \\ &= -\cancel{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cdot \frac{e\hbar}{2m} = -\sqrt{3} \cdot \mu_B \end{aligned} \quad (3-19)$$

3.5. طاقة التفاعل بين العزم المغناطيسي اللفي و المجال المغناطيسي الخارجي

The interaction between electron spin magnetic dipole momentum and the internal magnetic field of one-electron atom.

من وجهة نظر الفيزياء العامة عندما يتأثر ثنائي القطب المغناطيسي المداري μ_l بالمجال المغناطيسي الخارجي، فان ذلك يسبب عزم تدوير (عزم ازدواج Torque) يحاول هذا العزم ان يدير العزم المغناطيسي المداري بجعله منطبقا مع المجال المغناطيسي وهذا ممكن الحدوث في حالة إذا كان العزم المغناطيسي ساكنا. لكن ظاهرة تكميم الفضاء لكمية الحركة المدارية L تجعل من المستحيل ان يدور العزم المغناطيسي المداري بجعله منطبقا مع المجال المغناطيسي وهذا يؤدي الى تغير في كمية الحركة المدارية وهذا ما يسبب تغير الطاقة الكامنة للإلكترون في واحدة من اعقد الحركات الميكانيكية.



شكل (3-6): شعاعي العزم الحركي المداري واللفي وما ينشئ عنهما من عزم مغناطيسي ثنائي قطب مداري ولفي.

عموما طاقة الكامنة للتفاعل بين ثنائي القطب المغناطيسي المداري والمجال المغناطيسي الخارجي B هي من الشكل:

$$\begin{aligned}
 \Delta E &= -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = -\mu_s \cdot B \cdot \cos \theta \\
 &= +gS \left(\frac{e}{2m} \right) \cdot B \cdot \cos \theta \\
 &= g \left(\frac{e}{2m} \right) \cdot B \cdot S \cdot \cos \theta \\
 &= g \left(\frac{e}{2m} \right) \cdot B \cdot S_z \quad \left(S_z = m_s \hbar = \pm \frac{1}{2} \hbar \right) \quad (3-20) \\
 &= \pm g \left(\frac{e}{2m} \right) \cdot \frac{\hbar}{2} \cdot B \\
 \Delta E &= \pm \left(\frac{e\hbar}{2m} \right) \cdot B \\
 \Delta E &= \pm \mu_B \cdot B
 \end{aligned}$$

4.5. العزم المغناطيسي الكلي للإلكترون

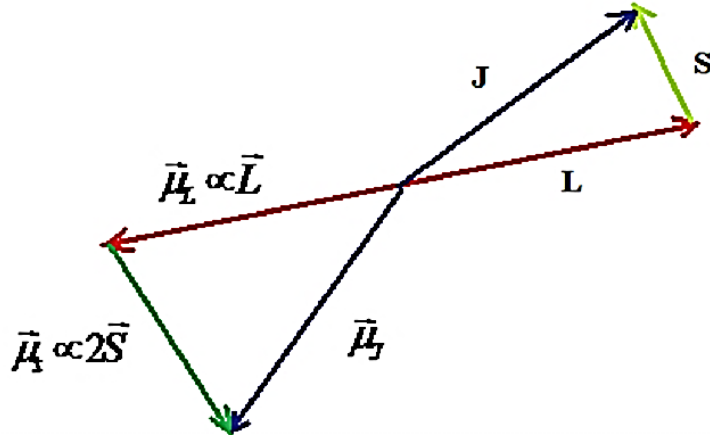
• النموذج الشعاعي

العزم المغناطيسي الكلي للإلكترون هو جمع شعاعي للعزمين المداري والسيني للإلكترون.

$$\vec{\mu} = \vec{\mu}_l + \vec{\mu}_s = -\frac{e}{2m} \vec{L} + \left(-\frac{e}{2m} \cdot g \vec{S} \right)$$

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} (\vec{L} + g \vec{S}) \quad (3-21)$$

$$\mu_z = -\frac{e}{2m} (L_z + g S_z)$$



شكل (3-7): شعاع العزم المغناطيسي الكلي.

لاحظ ان شعاع العزم المغناطيسي الكلي $\vec{\mu}_J$ لا يعاكس بشكل كلي شعاع كمية الحركة الزاوية الكلية وذلك لوجود العامل $g=2$ كما في الشكل

• الشكل المكتمل

نحاول كتابة العزم المغناطيسي الكلي بدلالة الاعداد الكمية s, l, j

$$\vec{\mu}_J = -\frac{e}{2m} (\vec{L} + g \vec{S})$$

$$\mu_J^2 = \frac{e^2}{4m^2} (L^2 + 4S^2 + 4\vec{L} \cdot \vec{S})$$

$$\vec{J} \cdot \vec{J} = (\vec{L} + \vec{S})^2$$

$$J^2 = L^2 + S^2 + 2\vec{L} \cdot \vec{S}$$

$$2\vec{L} \cdot \vec{S} = J^2 - L^2 - S^2$$

$$\mu_J^2 = \frac{e^2}{4m^2} (L^2 + 4S^2 + 2(J^2 - L^2 - S^2))$$

$$\mu_r^2 = \frac{e^2}{4m^2} (2J^2 + 2S^2 - L^2) \quad (3-22)$$

$$\mu_r = \pm \frac{e}{2m} \sqrt{2J^2 + 2S^2 - L^2}$$

6. التفاعل سبين - مدار او تفاعل البنية الدقيقة Spin-Orbit Interaction

نهدف الان لإيجاد الصورة الاكثر دقة للطاقة التفاعل بين العزمين اللفي والمداري للإلكترون ذرة الهيدروجين وكما قلنا سابقا، فحركة الإلكترون المدارية تؤدي الى نشوء تشكل مجال مغناطيسي وبالمثل ينشأ مجال اخر ناتج عن الحركة الليفية للإلكترون، وبهذا يتكون مجالين مغناطيسيين لابد ان يتفاعلا مع بعضهما البعض نذكر فقط ان مصدر المجالين واحد هو الإلكترون وهذه حالة خاصة جدا ويسمى هذا التفاعل بالتفاعل سبين - مدار.

ملاحظة:

في حالة الذرات متعددة الإلكترونات توجد تفاعلات اخري سبين-سبين، مدار-مدار يشار اليها بالرموز التالية LL, SS, JJ

1.6. المجال المغناطيسي الفعال لحركة الإلكترون المدارية Effective Magnetic Field of Orbit

هناك عدة طرق لإيجاد عبارة المجال المغناطيسي الفعال نذكر منها:

✓ قانون بيو-سافار Biot-savart law

✓ قانون امبير - اورستد Ampere'S law

لو نعتبر ان جملة المحاور متحركة مع الإلكترون عندها سنرى ان النواة تدور حول الإلكترون بشحنة مقدارها Ze وهذا يولد مجالاً مغناطيسياً فعالاً يؤثر على الإلكترون مما يؤدي الى حدوث تفاعل مباشر مع العزم المغناطيسي اللفي للإلكترون.

$$\mathbf{B}_{eff} = \frac{\mu_0 \mathbf{i}}{2r} = \frac{\mu_0 Z e v}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 Z e}{4\pi m r^3} \cdot \mathbf{L} \quad / \quad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{L}}{m r} \quad (3-23)$$

وهي عبارة المجال المغناطيسي الفعال في مرجع مرتبط بالإلكترون الناشئ عن الحركة المدارية له نلاحظ ان المجال المغناطيسي الفعال يتعلق بكمية الحركة المدارية للإلكترون ذرة الهيدروجين مع r بعد الإلكترون عن النواة وهذا هو المجال الذي يتفاعل مع العزم المغناطيسي اللفي تحت اسم تفاعل سبين - مدار.

2.6. إيجاد عبارة طاقة التفاعل بين المجال المغناطيسي الفعال والعزم المغناطيسي اللفي (التفاعل سبين - مدار)

نريد الان إيجاد علاقة لتأثير المجال المغناطيسي الفعال نتيجة تفاعله مع العزم المغناطيسي اللفي للإلكترون (التفاعل سبين - مدار) على مستويات الطاقة للذرة تعطى علاقة التفاعل بين المجال المغناطيسي والعزم المغناطيسي اللفي بـ:

$$\begin{aligned}
\Delta E &= -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}_{eff} \\
\Delta E &= -\left(-\frac{e}{2m} \mathbf{g} \cdot \vec{S}\right) \cdot \vec{B}_{eff} = \frac{e}{2m} \mathbf{g} \vec{S} \cdot \vec{B}_{eff} \\
&= \left(\frac{e}{2m} \mathbf{g}\right) \left(\frac{\mu_0 Z e}{4\pi m r^3}\right) \vec{L} \cdot \vec{S} \\
&= \left(\frac{\mu_0 Z e^2 \mathbf{g}}{8\pi m^2 r^3}\right) \vec{L} \cdot \vec{S} \quad (\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Tm / A})
\end{aligned} \tag{3-24}$$

$$\Delta E = f r \vec{L} \cdot \vec{S}$$

$$f r = \frac{\mu_0 Z e^2 \mathbf{g}}{8\pi m^2 r^3}$$

في حالة $r = \text{const}$ يظهر ان التغير في مستويات الطاقة عائد بشكل رئيسي الى كمية الحركة الزاوية المدارية L وكمية الحركة الذاتية للإلكترون S
نحاول كتابة العلاقة الاخيرة بشكل مكتم اي بدلالة الاعداد الكمية (s, l, j)

$$\begin{aligned}
\vec{J} &= \vec{L} + \vec{S} \\
J^2 &= L^2 + S^2 + 2\vec{L} \cdot \vec{S} \\
\vec{L} \cdot \vec{S} &= \frac{J^2 - S^2 - L^2}{2} \\
&= \frac{\hbar^2}{2} j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)
\end{aligned}$$

نعوض في العلاقة رقم (3-24) نجد:

$$\begin{aligned}
\Delta E &= f(r) \vec{L} \cdot \vec{S} \\
\Delta E &= f(r) \frac{\hbar^2}{2} j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)
\end{aligned} \tag{3-25}$$

- و تعبر هذه العلاقة عن البنية الدقيقة لمستويات الطاقة، و تعبر عن التفاعل سبين - مدار بدون اي مؤثرات خارجية ($\vec{B}_{ext} = 0$).
- كما توضح العلاقة الاخيرة ان كل مستوى طاقة يملك ($l \neq 0$) يوافقها قيمتان للعدد الكمي الكلي $j = \left| l \pm \frac{1}{2} \right|$ وبالتالي فان كل مستوى طاقة ينشطر الى مستويين قريبين جدا من بعضهما و ذلك حسب العبارة:

$$j = l - \frac{1}{2} \rightarrow \Delta E_1 = -f(r) \frac{\hbar^2}{2} (l+1)$$

$$j = l + \frac{1}{2} \rightarrow \Delta E_2 = f(r) \frac{\hbar^2}{2} l$$
(3-26)

وتبين هذه النتيجة الاخيرة ان مستوى الطاقة الاصلي قد انشطر الى مستويين معبرا عن البنية الدقيقة للسوية الناجم عن تفاعل سبين - مدار والمسافة بين المستويين هو الفرق الطاقوي.

$$\Delta E = \Delta E_2 - \Delta E_1 = \frac{\hbar^2}{2} l f(r) + \frac{\hbar^2}{2} (l+1) f(r)$$

$$\Delta E = \hbar^2 f(r) \cdot (2l + 1)$$
(3-27)

وهذه الاخيرة تعبر عن عملية الانحلال التلقائي لسوية الطاقة في عدم وجود حقل مغناطيسي خارجي.

7. تجربة ستيرن وجيرلاش (spin discovering) The Stern-Gerlach experiment

الهدف:

⊕ الاثبات التجريبي ان الإلكترون يمتلك عزم مغناطيسي سبيني (Electron Spin Magnetic Moment) ⊕
 في عام 1922م والسنة التي تلتها أنجز هذان العالمان تجربة هدفها قياس عزم ثنائي القطب المغناطيسي للذرات التي تملك صفات ذرة الهيدروجين (ذرات الفضة) وكانت التجربة تتلخص في تسخين عينة من الفضة في فرن كهربائي فتنتقل حزمة من ذرات الفضة في اتجاه مجال مغناطيسي غير منتظم دائم كما في الشكل (8-3) حيث يكون القطب الشمالي للمغناطيس مدببا وتكون بذلك شدة المجال كبيرة بينما القطب الجنوبي ذو مساحة اكبر حيث تكون شدة المجال المغناطيسي اقل (مجال مغناطيسي متغير الشدة مكانيا باتجاه المحور z مما يؤدي الى انحراف الذرات تحت تأثير هذا الاخير.

شرح المختصون بإجراء العديد من التجارب لاكتشاف انحلال مستويات الطاقة الأساسية (Degeneracy) في حال وجود الحقل المغناطيسي الخارجي، والتركيز على العدد الكمي المغناطيسي m_l الذي يحد عدد المستويات الطاقية التي سنشطر إليها السوية الأساسية والتي سيكون عددها $2l + 1$ سوية طاقة، ولنحاول معالجة الموضوع من وجهة نظر الطاقة باعتبارنا سنتعامل مع مستويات الطاقة، تعطى طاقة التفاعل بين العزم المغناطيسي المداري والمجال المغناطيسي الخارجي B بالعلاقة التالية حسب المحاضرات السابقة:

$$\Delta E = -\vec{\mu}_L \cdot \vec{B} = -\mu_{Lz} \cdot B_z = m_l \cdot \mu_B \cdot B$$

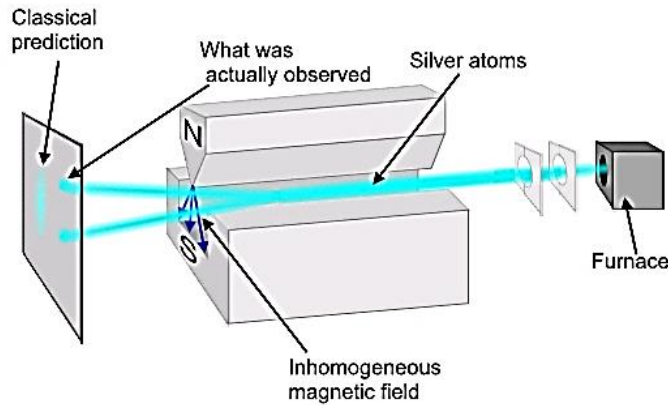
العلاقة كما اشرنا سابقا تبين ان تغير مستويات الطاقة متعلق بالعدد m_l وهذا يعني انه عندما $l=0$ فان $m_l=0$ كما هو الحال في ذرة الهيدروجين وذرة الفضة في حالتيهما الأساسية وبالتالي تصبح العلاقة السابقة

$$\Delta E = 0$$

بمعنى أنه لا يوجد تغير في مستويات الطاقة من الناحية النظرية للحالة المدروسة ($l=0$) بالرغم من وجود مجال مغناطيسي خارجي. وهذه الحالة الخاصة الوحيدة التي نتجت من الدراسات النظرية لا تتفق مع التجربة التي تشير إلى أن هذه الحالة تعطي (تجريبيا خطين متقاربين من بعضهما البعض. فما هو تفسير وجود الخطين الطيفيين؟

1.7. خطوات سير عمل التجربة

تم استخدام حزمة من ذرات الفضة المستقرة (الغير مؤينة) تصدر من فرن خاص (قاذف ذري عبارة عن فرن) لهذه التجربة تمر الحزمة من خلال فتحة للحصول على حزمة ضيقة من الذرات يتم توجيهها نحو مجال مغناطيسي ناجم عن مغناطيس خاص تزداد شدته باتجاه تزايد المحور Z ، وبعد خروج الذرات من المجال المغناطيسي تسقط على لوح تصوير يعمل ككاشف لترسب ذرات الفضة عليه. وسبب اختيار الفضة لأنها تمتلك صفات الذرة أحادية الإلكترون (الهيدروجين) وأن نواتها تمتلك 47 بروتون محاطة بـ 46 إلكترون داخلي وإلكترون خارجي كمية الحركة الزاوية له تساوي الصفر والعدد الكمي المداري له يساوي الصفر وهذا ما ينسجم مع هدف التجربة.



شكل (3-8): مخطط تجربة ستيرلان وجيرلاش.

2.7. الدراسة النظرية

إن دخول حزمة من الذرات (ثنائيات أقطاب مغناطيسية ذرية) في مجال مغناطيسي غير منتظم (متغير مكانيا) سيجعلها تخضع إلى قوة متدرجة الشدة وعلاقتها مع طاقة التفاعل تعطى على النحو التالي:

$$\vec{F} = -\frac{d(\Delta E)}{dr} = -\vec{\nabla}(\Delta E) = \vec{\nabla}(\vec{\mu}_L \cdot \vec{B})$$

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = \left[\left(\frac{\partial}{\partial x} \mu_{Lx} B_x \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial}{\partial y} \mu_{Ly} B_y \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial}{\partial z} \mu_{Lz} B_z \right) \vec{k} \right]$$

then

$$F_x = \frac{\partial}{\partial x} \mu_{Lx} B_x = \mu_{Lx} \frac{\partial B_x}{\partial x} = 0$$

$$F_y = \frac{\partial}{\partial y} \mu_{Ly} B_y = \mu_{Ly} \frac{\partial B_y}{\partial y} = 0$$

$$F_z = \frac{\partial}{\partial z} \mu_{Lz} B_z = \mu_{Lz} \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

وبعبارة أكثر توضيح فان تسليط المجال المغناطيسي الخارجي والغير منتظم فانه بالإضافة الى عزم الازدواج¹ الذي سوف يتعرض اليه العزم المغناطيسي للإلكترون حول النواة فان الإلكترون سوف يتعرض لقوة انتقالية اضافية وفق Z وهذا يحدث فقط في حالة B متغير مكانيا.
يمكن كتابة عبارة القوة وفق المحور Z بدلالة العدد الكمي المغناطيسي على النحو:

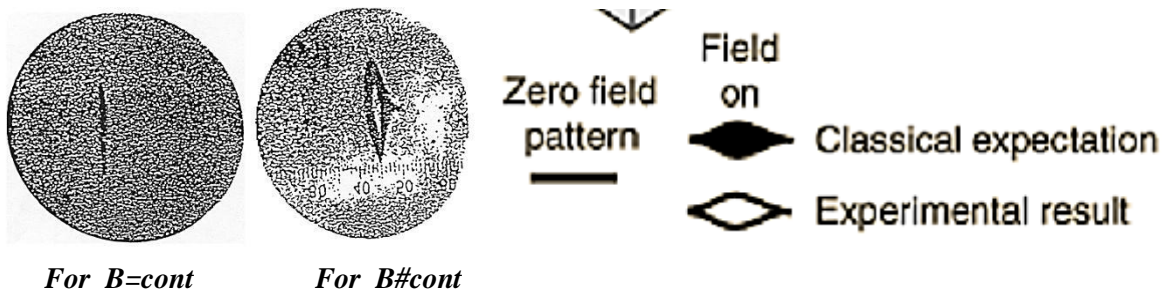
$$F_z = \mu_{Lz} \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad ; \text{but } \mu_{Lz} = -\frac{e}{2m} L_z = -\frac{e}{2m} m_l \hbar = -\mu_B m_l \quad 3-29$$

$$F_z = -\mu_B m_l \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad \text{where } -l < m_l < +l$$

الازدواج¹: يسبب دوران شعاع العزم المغناطيسي حول المجال المغناطيسي الخارجي.

تشير العلاقة (3-29) ان الاماكن المتوقعة لترسيب ذرات الفضة على الصفيحة الفوتوغرافية (Photographic Plate) يكون تابعا للعدد الكمي المداري l ، الدراسة النظرية تبين انه في هذه الحالة $l=0 \Rightarrow m_l=0 \Rightarrow F_z=0$ وهذا يتوافق مع ان $\Delta E=0$ فمن الناحية النظرية لا يوجد انحلال (تضاعف) لهذه الحالة لمستوى الطاقة وهذا يتناقض مع التجربة مطلقا.

3.7. المشاهدة التجريبية



4.7. النتائج

أجريت تجارب على ذرات مختلفة لها نفس الصفات فكانت الذرات تنحرف إلى حزمتين، وبالتالي النتيجة غير متوافقة مع النظري. وبالتالي يمكن أن نستخلص النتائج التالية:

1. الذرات الفضة تملك عزم مغناطيسي لفي ذاتي ناتج عن دوران الإلكترون حول نفسه
2. مركبة عزم ثنائي القطب المغناطيسي لذرات الفضة يمكن أن تأخذ قيمتين متعاكستين أي أن هناك انشطار لمستوى الطاقة المدروس بخالف الدراسة النظرية
3. من الصعب على كمية الحركة الزاوية المدارية أن تنتبأ بما حصل لأنها تساوي الصفر.

5.7. الدراسة النظرية بأخذ بعين الاعتبار اللف الذاتي للإلكترون وما ينجم عنه

ان قيم كمية الحركة المدارية واللفية في كل المراجع تخص الإلكترون الخارجي لذرة الفضة والموجود في الحالة الارضية $5S^1$ باعتبار ان كمية الحركة الكلية للإلكترونات الداخلية معدومة، وفي هذه الحالة كمية الحركة الذاتية لا

تساوي الصفر ويصبح العزم المغناطيسي الكلي للإلكترون يساوي العزم الذاتي له فقط وهو المسبب الوحيد في حدوث توجيه ذرات الفضة:
 نحاول ايجاد القوة المؤثرة على الذرات فهذه الحالة نعلم ان طاقة التفاعل بين العزم المغناطيسي اللفي والمجال المغناطيسي الخارجي هي:

$$\Delta E = \pm \mu_B \cdot \mathbf{B}$$

ان محصلة العزم المغناطيسي الكلي للإلكترون تساوي عزمه السبيني اي: $\vec{\mu} = \vec{\mu}_L + \vec{\mu}_s = \vec{\mu}_s \Rightarrow \vec{\mu}_z = \vec{\mu}_{sz}$

القوة المؤثرة على الذرات عند عبورها المجال المغناطيسي هي:

$$\vec{F}_z = -\frac{d(\Delta E)}{d\vec{r}} = -\vec{\nabla}(\Delta E) = \pm \mu_B \frac{\partial B}{\partial z} \quad \left(\frac{\partial B}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial y} = 0 \right) \quad 3-30$$

هذه العلاقة تبين بوضوح ان القوة المؤثرة على الذرات تأخذ توجيهين البعد بينهما مرتبط بقيمة التغير في المجال المغناطيسي مع الموضع (قيمة الميل المغناطيسي $\partial B / \partial z$) طبقا لقوانين الحركة نجد ان الانحراف z للذرات كما هو موضح في الشكل (9-4) يكتب على النحو التالي:

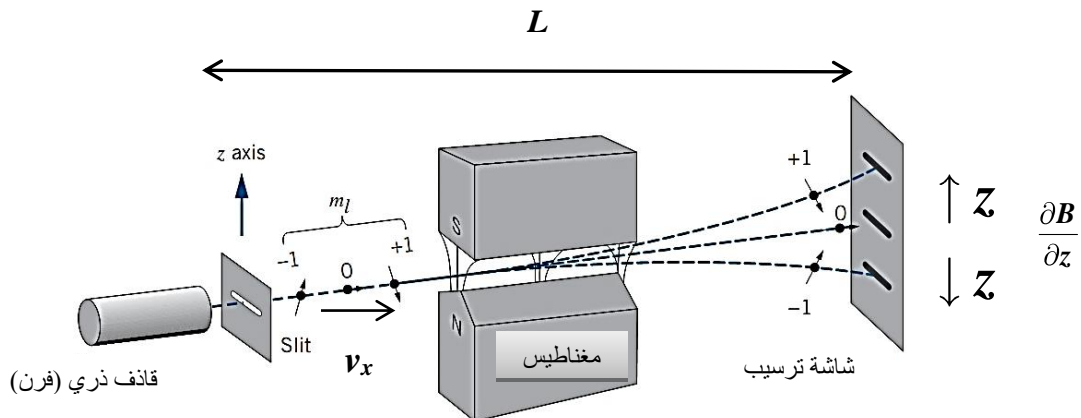
$$z = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{F_z}{m} \left[\frac{L}{v} \right]^2 = \pm \frac{\mu_B \cdot L^2}{4 \cdot E_k} \frac{\partial B}{\partial z} \quad \left[F_z = ma ; L = V t ; E_k = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \right] \quad 3-31$$

E_k : تمثل الطاقة الحركية للإلكترون يمكن ان تكتب بعبارة اخرى حسب احصاء بولتزمان $E_k = \frac{3}{2} k_B \cdot T$

$$v_x = \sqrt{\frac{3k_B \cdot T}{m}}$$

بمعنى السرعة المحتملة داخل القاذف الذري

حسب العلاقة (30-3) يتبين ان حزمة ذرات الفضة تأخذ توجيهين (موضعين مختلفين) وهذا ما يتوافق مع التجربة.



شكل (9-3): مسار ذرات الفضة وفق التصور الجديد بأخذ بعين الاعتبار سبين الالكترون.

■ حيث $L=l+D$ تمثل طول المغناطيس و D بعد حاجز الترسيب (حاجز استقبال الذرات) عن نهاية او حافة المغناطيس.

■ زمن تعرض الذرات لتأثير القوى المغناطيسية خلال عبورها داخل المغناطيس هو $t = \frac{l}{v_x} = l \sqrt{\frac{m}{3k_B T}}$

■ المعلومات النظرية تفيد ان العزم المغناطيسي السبيني لذرات الفضة مكمم وعند تعرضه لقوة مغناطيسية تعمل هذه الاخيرة على ازاحته حسب مقدار العدد الكمي المغناطيسي السبيني وبهذا نحصل فقط على مجموعتين مختلفتين من ذرات الفضة على لوح الترسيب وهذا يفسر بوجود عزم مغناطيسي اخر انه العزم السبيني للإلكترون والذي قد تفاعل مع المجال الخارجي.

■ تم تفسير نتائج التجربة سنة 1927 من قبل فييس وتايلور باستعمال ذرات الهيدروجين وحصلوا ايضا على نفس النتائج مما أكد لهم ان السبب في هذا الانفصال يعود الى حركة اضافية للإلكترون حول نفسه.



مسائل متدرجة في الصعوبة وحلول



بعض الثوابت الهامة في هذا الفصل:

$$1 \text{uma} = 1,66 \times 10^{-27} \text{kg}, h = 6,62 \times 10^{-34} \text{J.s}, e = 1,6 \times 10^{-19}, c = 3 \times 10^8 \text{m/s}$$

$$\epsilon_0 \approx 8,85 \times 10^{-12} \text{F/m}, R_H = 1,1 \times 10^7 \text{m}^{-1}, a_0 = 0,53 \times 10^{-10} \text{m}, m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{kg}$$

(العزم المغناطيسي لذرة الهيدروجين)

التمرين الاول (استيعاب المحاضرة)

1. لماذا نمرر الذرات على مجال مغناطيسي غير منتظم في تجربة ستيرن وجير لاش.
2. هل من الممكن ان نشاهد انشطار الخطوط الطيفية في حالة عدم وجود حقل مغناطيسي خارجي يؤثر على الذرات. فسر ذلك.
3. اذكر الصواب والخطأ مع تصحيح الخطاء وتحديد السبب باختصار فيما يلي (لا تقبل الاجابة بصحيح او خطأ فقط):
3. يجب تأييد ذرات الفضة في تجربة ستيرن وجير لاش حتى تتأثر بالمجال المغناطيسي الغير منتظم.
4. حدوث انحلال (انشطار) لبعض الخطوط الطيفية رغم انها لا تقع تحت تأثير مجال خارجي ($B_{\text{ext}}=0$).

(العزم المغناطيسي لذرة الهيدروجين)

التمرين الثاني

1. اذا كانت شدة الحقل المغناطيسي الخارجي $B=1,5 \text{ T}$ احسب قيمة التصحيحات الطاقوية بـ eV من اجل الحالتين التاليتين ؟
 - الحالة الكمية 1s لذرة الهيدروجين.
 - الحالة الكمية 2p لذرة الهيدروجين.
 - مثل مستويات الطاقة في وجود وعدم وجود المجال الخارجي \vec{B} . اعطى بدقة انحلالية كل مستوى.
2. نعتبر الحالة الطاقوية المعروفة بالعدد الكمي $l=4$ احسب الازدياد الاعظمي لهذه الحالة في وجود الحقل السابق؟

الاجابة

1. الحالة الكمية 1 s لذرة الهيدروجين.

$$l=0 \Rightarrow m_l = 0 \quad -l < m_l < +l$$

عبارة طاقة الإلكترون في وجود حقل مغناطيسي مرتبطة اساسا بالعدد الكمي المغناطيسي m_l وشدة الحقل الخارجي B_{ext} تكتب كما يلي:

$$E_{nm} = E_n + m_l \cdot \mu_B \cdot B = E_n + m_l \cdot \frac{e\hbar}{2m_e} \cdot B$$

$$E_{1m} = E_1 + 0 = -\frac{13,6}{1^2} = -13,6 \text{eV}$$

لا يعاني اية انحلال

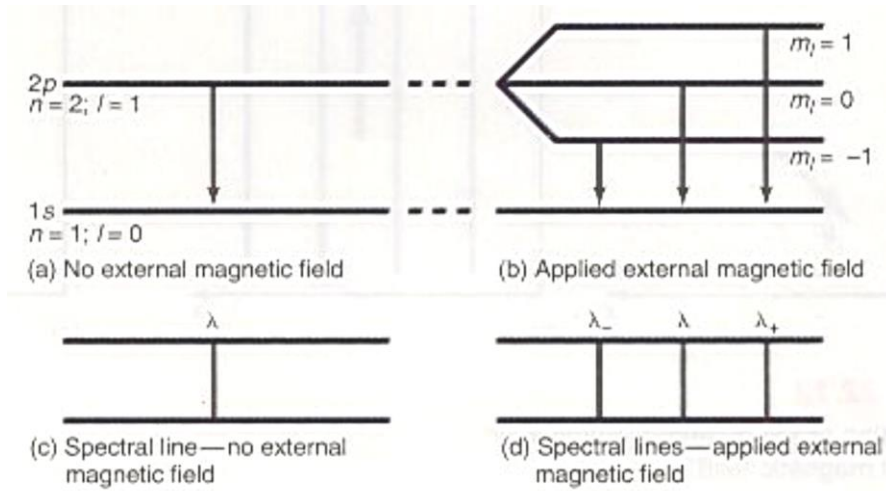
• الحالة الكمية 2 p لذرة الهيدروجين.

$$l=1 \Rightarrow m_l = 0, \pm 1$$

$$m_l = 1 \Rightarrow E_{2m} = E_2 + m_l \mu_B B = -\frac{13.6}{2^2} + 1 \times \frac{9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \times 1.5 \text{ T}}{1.6 \times 10^{-19}} = -3.39991 \text{ eV}$$

$$m_l = 0 \Rightarrow E_{2m} = E_2 + m_l \mu_B B = E_2 + m_l \mu_B B = -\frac{13.6}{2^2} + 0 = -3.4 \text{ eV}$$

$$m_l = -1 \Rightarrow E_{2m} = E_2 + m_l \mu_B B = -\frac{13.6}{2^2} - 1 \times \frac{9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \times 1.5 \text{ T}}{1.6 \times 10^{-19}} = -3.40008 \text{ eV}$$



مستويات الطاقة والانتقالات الممكنة للحالتين الكميتين 1s 2p لذرة الهيدروجين في وجود وعدم وجود حقل مغناطيسي خارجي .

2. الازدياد الاعظمي للطاقة في الحالة الكمية $l=4$

من اجل الازدياد الاعظمي نأخذ القيمة الاعظمية الموجبة للعدد الكمي المغناطيسي بمعنى $m_l=4$

$$E_{nm} = E_n + m_l \mu_B B = E_n + \Delta E_{mag}$$

$$\Delta E_{mag} = m_l \cdot \frac{e\hbar}{2m_e} \cdot B = 4 \times \frac{9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T} \times 1.5 \text{ T}}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$= 5.62 \times 10^{-23} \text{ joule} = 3.47610^{-4} \text{ eV}$$

وهي قيمة اعظمية لتغير الطاقة في وجود الحقل الخارجي لاحظ انها قيمة في منتهى الضعف، وهذا يفسر ان

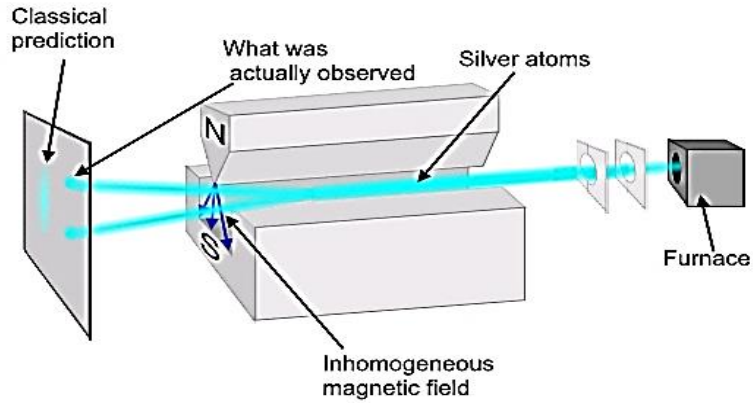
الخطوط المحتملة جد مرصوفة نحتاج لمطياف ذو قدرة تحليلية جد عالية.

(تجربة شتيرن جيرلاخ)

التمرين الثالث

إثناء تجربة شتيرن جيرلاخ (The Stern-Gerlach experiment) تتحرف حزمة ذرات الفضة ^{108}Ag باتجاه المحور Z اذا علمت ان المسافة الفاصلة بين القاذف الذري ولوحة الترسيب هي 25 cm، والميل المغناطيسي يساوي

2000 T/m، حيث تندفع الذرات بسرعة 375 m/s.



1. احسب المسافة التي تفصل بين حزمتي ذرات الفضة.

2. احسب درجة حرارة التبخير لذرات الفضة .

المعطيات

نعتبر $\mu_s = \mu_B$ وذرات الفضة تسلك سلوك غاز مثالي.

$$m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} \quad \mu_B = 9.274 \times 10^{-24} \text{ J / T}$$

$$k = 1,38.10^{-23} \text{ J / } ^\circ \text{K}$$

الإجابة

1.

مسار ذرات الفضة وفق التصور الجديد بأخذ فقط سبين الإلكترون

$$\left[F_z = ma \quad ; L = V.t \quad ; E_K = \frac{1}{2} m.v^2 \right]$$

$$z = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{F_z}{m} \left[\frac{L}{v} \right]^2 = \pm \frac{\mu_B \cdot L^2}{4.E_K} \frac{\partial B}{\partial z}$$

$$= \pm \frac{\mu_B \cdot L^2}{4 \cdot \frac{1}{2} m.v^2} \frac{\partial B}{\partial z}$$

$$L = 25 \text{ cm} \quad m = A.m_p \quad v = 375 \text{ m / s}$$

$$z = 0.02 \text{ m}$$

$$2z = 0.04 \text{ m}$$

2. الطاقة الحركية للإلكترون يمكن أن تكتب بعبارة أخرى

$$E_k = \frac{1}{2} m \cdot v_x^2 = \frac{3}{2} k_B \cdot T$$

$$T = 612.6 \text{ } ^0\text{K}$$

الفصل الرابع



الاشعة السينية

X-Roys

يتوقع من الطالب ان في نهاية الفصل ان يكون قادرا على ان:

عزيري الطالب ما ينبغي معرفته حتى تكون أدركت الفصل الرابع (الكفاءات القاعدية):

- التعرف على ماهية الأشعة السينية
- يوضح آلية إنتاج الأشعة السينية (في حالة الطيف المستمر والخطي)
- يحدد طبيعة الأشعة السينية
- تطبيق قانون موزلي وتحديد مادة المصعد من خلال حساب العدد الذري Z له.
- يتعرف على خواص الأشعة السينية واستعمالها في مجال (قياس سمك السطح، حساب الأبعاد بين السطوح الذرية).
- تطبيقات الأشعة السينية في مجال علم البلورات والتصوير الطبي.

المصطلحات و الثوابت الهامة للفصل الرابع

انجليزي	عربي	انجليزي	عربي
Production of X - rays	إنتاج الأشعة السينية	Coolidge Tube	انبوب كوليدج
Emission of X - rays	إصدار الأشعة السينية	Target	الهدف
Continuous spectrum	الطيف المستمر	Radiography	التصوير الإشعاعي
Characteristic spectrum	الطيف المميز	Transmission	النفوذية
Duane and hunt's law	قانون دوان وهانت	Absorption	الامتصاص
Naming of the characteristic lines	تسمية الخطوط المميزة	Returns of X-rays tube	مردود انبوبة الأشعة السينية
Diffraction of X-rays Bragg's law	انعراج الأشعة السينية قانون براغ	bremsstrahlung	البريمشتر النج تعني الفرملة

Henry G. J. Moseley (1887–1915)

ولد في وايموث ، في إنجلترا

. درس الفيزياء في أكسفورد ، حيث كان والده

كان أستاذ علم التشريح. تخرج في عام 1910

، قام بدراسات معمقة في أطيف الأشعة السينية ، توفي أثناء أداء مهمة عسكرية بتركيا.



مقدمة Introduction

تعرفنا في المحاضرات السابقة على الظاهرة الكهروضوئية والية تفسيرها اعتمادا على المفاهيم الكوانتية لبلاك وأينشتاين واهمية ذلك في صنع الخلايا الكهروضوئية الشمسية مع شرح مفعول كومبتون والذي يعتبر أحد اهم الظواهر التي يتجلى فيها امتصاص الاشعاع من قبل المادة.

1- اكتشاف الاشعة السينية و خواصها العامة Discovery .of x-Rays and General properties

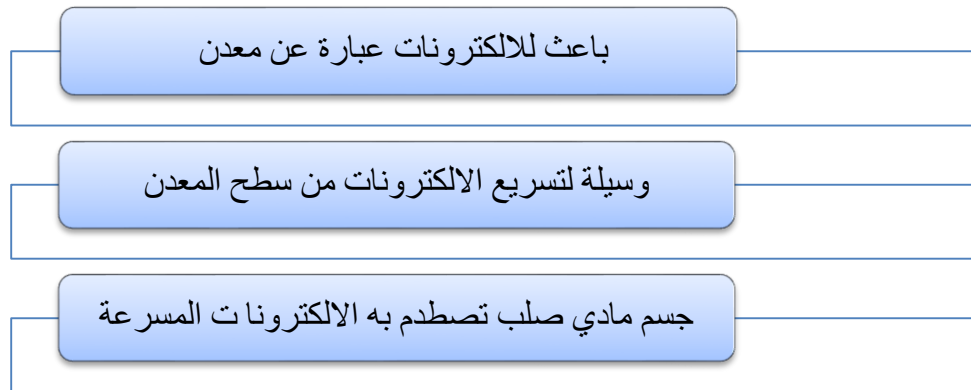
الاشعة السينية جزءا من الاشعة الكهرومغناطيسية غير مرئية تقع بين الاطوال الموجية للأشعة فوق البنفسجية و اشعة جاما ذات طول موجي قصير يتراوح بين 10nm الى 10^{-3} ، اكتشفت عام 1895 بواسطة الفيزيائي الالماني رونجن (Roentgen) (1845-1923) اثناء تجاربه لدراسة الخواص الكهربائية لأشعة الكاثود مستخدما جهازا مشابها لجهاز ج. ج طوسون، قد صادف ان كان بجوار انبوبة اشعة الكاثود لوح مطلي بمادة فلوريسية (متألقة) خضراء. هي يسانييد الباريوم فلاحظ ان اللوح قد توهج. فظن انها اشعة فوق بنفسجية انبعثت من الانبوبة، ولذلك فقط غطى انبوبة اشعة الكاثود بورق كارتون فوجد ان اللوح لا يزال يتوهج بنفس الضوء الاخضر. فأدرك انه اشعاع من نوع جديد لا تعرف طبيعته ولذلك فقد سماه اشعة X (اشعة مجهولة)، وقد درست بعض ذلك خواص تلك الاشعة واهمها:

- اطوالها الموجية في حدود (1-0.01 \AA) فهي بذلك ذات تردد عالي.
- لا تتأثر بالمجالات الكهربائية والمغناطيسية.
- لها القدرة على اختراق المواد حسب كثافة هذه المواد.
- تؤثر على الالواح الفوتوغرافية حتى المعزولة بالورق.
- تسبب فلورة بعض الاجسام (يسانييد الباريوم البلايني).

2- مصادر اشعة السينية

تنقسم مصادر الاشعة السينية منذ اكتشافها الى يومنا هذا، في مجموعتين هما:

- مصادر طبيعية تتمثل في النجوم.
- مصادر صناعية وتتمثل في انابيب انتاج الاشعة السينية ومهما اختلف تصميمها فهي تتكون اساسا من.



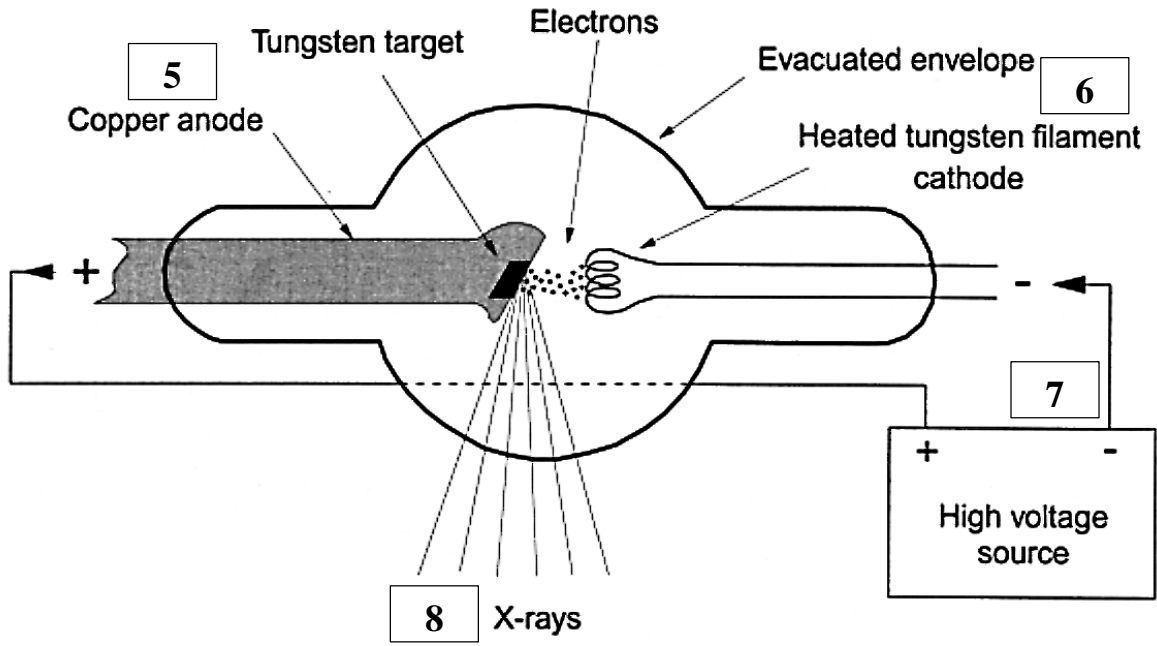
3- إنتاج الأشعة السينية (أنبوبة كولدج)

يوضح الشكل (1-4) المكونات الأساسية لأنبوبة كولدج لإنتاج الأشعة السينية:

1

2

3



شكل (1-4): تركيب أنبوبة كولدج للإنتاج الأشعة السينية.

الوظيفة	التركيب	الأداة (العنصر)
حتى لا تعيق حركة الإلكترونات. ولا تؤكسد الفتيلة وبالتالي لا تنقص من كفاءة سطحها، و من ثم تنقص كثافة فيض الإلكترونات المنبعثة	من البيركس يتميز بـ معامل تمدد حراري عالي ومفرغة من الهواء يصل تفرغه 10^{-4} mmHg 1mmHg = 133.32237 Pascal	الأنبوبة الزجاجية (3)
تلعب دور مصدر الإلكترونات	تسخن بإمرار تيار (بضع أمبير) متصلة بالكاثود (المهبط) تصنع من التنجستين ($T_f=3680^{\circ}\text{C}$ ، $Z=74$) او مادة لها عدد شحني كبير بمعنى غنية بالإلكترونات	الفتيلة (6) لولبية حتى تضمن انتشار حراري سريع لنزع الإلكترونات
<ul style="list-style-type: none"> اعطاء الـ طاقة حركية لتسريعها التحكم في الطول الموجي للطيف الأشعة 		المجال الكهربائي مولد توتر عالي (7) يصل الجهد حتى 50 KV
<ul style="list-style-type: none"> العدد الذري كبير حتى يكون فقد في طاقة الإلكترونات كبيرة مما يجعل خروج انبعاث اشعة X اعلى طاقة . درجة الانصهار عالية لتحمل الحرارة المرتفعة 	من عنصر عدده الذري كبير مثل التنجستين W، موليبدنيوم Mo نحاس Cu درجات انصهارها عالية $T_f(\text{Mo})=2890^{\circ}\text{C}$ ، $T_f(\text{Cu})=1357$	مادة الهدف او المصعد (1)
مصدر تسخين الفتيلة		التيار الكهربائي
التبريد	انابيب نحاسية لتبريد مادة الهدف المصعد بواسطة زيت او ماء	عوارض التبريد داخل العنصر (5)
تجنب تشتت الإلكترونات على مادة الهدف من اجل رفع المردود	محاطة بالفتيلة	اسطوانة التركيز مشحونة سلبا

1.3. طريقة العمل لأنبوبة إنتاج الأشعة السينية

تنتج الأشعة السينية عندما تصطدم الكترونات سريعة بسطح مادة صلبة تسمى مادة الهدف كما هو موضح في الشكل (2-4). والتي تتكون من أنبوبة زجاجية مفرغة تحتوي على كاثود (مهبط) يتضمن فتيلة تتمتع بدرجة انصهار عالية تتوهج بمرور تيار كهربائي فتنبعث منها الإلكترونات متجهة الى الأنود (الهدف) بسرعة حيث تسرع بوجود فرق جهد عالي بين المصعد والمهبط.

وعندما تصطدم الإلكترونات السريعة ذات الطاقة العالية بسطح مادة الهدف وعادة تكون من مادة درجة انصهارها عالية مثل والتنتغستين او الموليبيديوم فان جزءا كبير من طاقة هذه الإلكترونات يتحول الى حرارة نتيجة تصادماتها مع ذرات مادة الهدف، ولذلك يجب تبريده باستمرار بدائرة فيها تيار ماء بارد او زيت.

اما الجزء الاخر من طاقة الإلكترونات السريعة فهي التي تسبب في انتاج الأشعة السينية وذلك بفقد طاقاتها الحركية بطريقتين ينتج عنها نوعين من الاطيف.

- ✓ الطيف المستمر
- ✓ الطيف المميز (خطي).

2.3. الية انبعاث الأشعة السينية من المادة

⊕ - الطيف المستمر وبعض خصائصه Continuous Spectrum

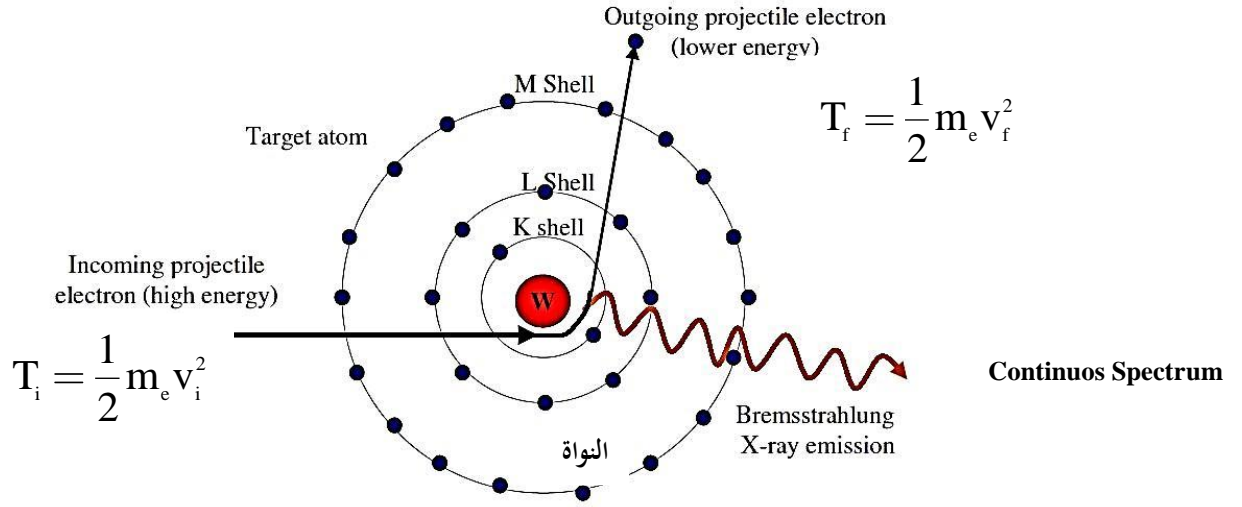
تنتج الأشعة السينية المستمرة عندما يحدث تفاعل بين الإلكترونات المسرعة مع المجال الكهربائي الناتج حول انويه ذرات مادة الهدف. فينتج عنه انحراف مفاجئ لمسار الإلكترون نتيجة تجاذبه مع تلك الانوية، وفقد جزء من طاقته اوكلها بسبب عملية "الفرملة" (braking or slow down)، انظر الشكل رقم (2-5). حيث الطاقة التي يفقدها الإلكترون تنتشر في الفراغ على الشكل موجات كهرومغناطيسية طبقا لنظرية ماكسويل العامة للإشعاع الكهرومغناطيسي.

وقد يتناقص تسارع الإلكترون الواحد أكثر من مرة على طول مساره في مادة الهدف. وكل تفاعل من هذا النوع قد ينتج عنه فقدان جزء من طاقة الإلكترون او كلها، ومن ثم فان الفوتونات الناتجة قد تمتلك اي مقدار من الطاقة حتى قيمة عظمى تساوي الطاقة الاصلية للإلكترون المسرع، اي ان الأشعة السينية الناتجة تكون متصلة ومحصورة في المدى معين، ولذلك سميت بـ "الأشعة السينية المستمرة". ويعتمد اتجاه انبعاث الفوتون على طاقة الإلكترون ايضا. وكلما زادت طاقة الإلكترون، يصبح اتجاه انبعاث الفوتون أقرب الى اتجاه الإلكترون المسرع قبل التأثير بالمجال الكهربائي لبروتونات النواة.

■ قانون دوان وهانت Duane and Hunt's Law

بفرض أن أحد الإلكترونات الصادرة عن فتيل التسخين يمتلك طاقة حركية قدرها T_i تمكنه من الوصول الى جوار النواة، عندما يقترب من النواة بشكل كاف سوف ينحرف عن مساره فاقتدا جزءا من طاقته بسبب فرملته من طرف قوى التجاذب الكولونية للنواة وتصبح طاقته الحركية هي T_f .

الية نقصان تسارع حركته الالكترونات نتيجة فرملتها ونتاج الطيف المستمر



شكل (2-4): انتاج الطيف المستمر بترددات مختلفة تبعا لتغير طاقة الإلكترون الحركية.

ان طاقة الفوتونات الناتجة من الاشعة السينية المنبعثة هي الفرق في الطاقة الحركية للإلكترون الصادر من الفتل وبعد فرملته من قبل النواة وتكتب على الشكل:

$$h\nu = \Delta T = \frac{1}{2} m_e v_i^2 - \frac{1}{2} m_e v_f^2 \quad (4-1)$$

وإذا توقف الالكترون تماما بالداخل فان الاشعة السينية المنتجة يكون لها اقصى تردد وبالتالي طول موجي أصغر ما يمكن.

$$h\nu_{\max} = |\Delta T| = \frac{1}{2} m_e v_i^2 - \frac{1}{2} m_e v_f^2 = \frac{1}{2} m_e v_i^2 = eV \quad (4-2)$$

والملاحظ ان اقصى طاقة للأشعة السينية المستمرة تساوي جداء شحنة الالكترون في فرق الجهد الكهربائي بين الكاثود والانود بمعنى ان كل طاقة الإلكترون المنطلق من الفتل والمسرع من قبل فرق الجهد تتحول الى الفوتون عند توقف الالكترون تماما.

$$\varepsilon_{\max} = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} = eV \quad (4-3)$$

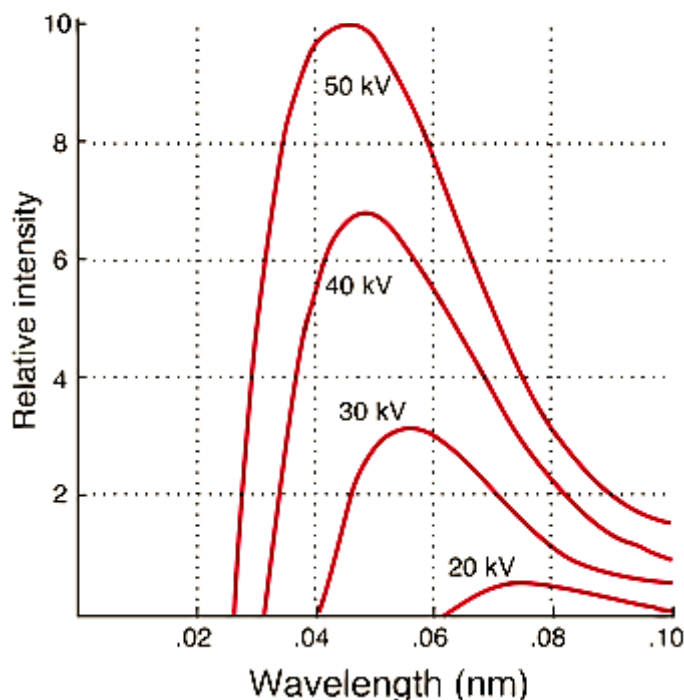
- ثابت بلانك $h = 6.625 \cdot 10^{-34}$ Js و e الشحنة العنصرية للإلكترون
- سرعة الضوء $c = 3 \cdot 10^8$ ms⁻¹
- اقل طول موجي للأشعة السينية المستمرة المنبعثة من الانبوب.
- جهد التشغيل للأنبوبة.

بتعويض هذه الثوابت نجد علاقة قانون دوان وهانت في شكلها المبسط:

$$\lambda_{\min} (\text{Å}) = hc/eV = \frac{12.4}{V(\text{KeV})} \quad (4-4)$$

وواضح من العلاقة (4-4) ان طول موجة الاشعة السينية يتناسب عكسيا مع فرق الجهد بين الانود والكاثود، ولا يعتمد على نوعية مادة الهدف المستخدم. ويتضح من المعادلة السابقة انه بزيادة قيمة فرق الجهد V فان قيمة λ_{\min} للطيف المستمر تتناقص، وهذا ما امكن مشاهدته عمليا عند تصادم الكترونات مسرعة عند جهود مختلفة مع سطح من التنغستين، حيث تقل قيمة λ_{\min} مع زيادة قيمة فرق الجهد المطبق.

تناقص تسارع حركته الالكترونات نتيجة فرملتها ونتاج الطيف المستمر



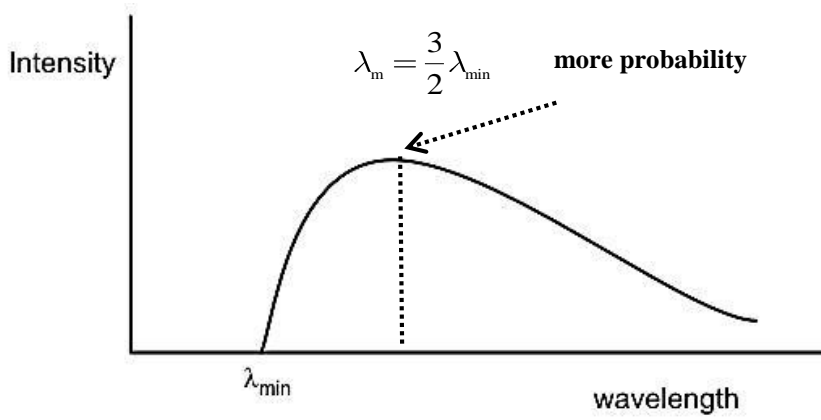
شكل (3-4): انتاج الطيف المستمر من مادة هدف معدن من اجل قيم مختلفة للجهد المسرع للإلكترونات.

ملاحظات

- الطيف المستمر للأشعة السينية مستقل عن طبيعة مادة المصدر (مادة الهدف)، فهو مرتبط اساسا بقيمة الجهد المسرع لاحظ العلاقة (4-4)، ويستفاد منه في المجال الطبي بالتصوير والمعالجة الإشعاعية.
- يعتمد انتاج اشعاع الطيف المستمر على الشحنة النووية أي على قيمة Z ، بحيث تكون كثافته الاشعاع أكبر في العناصر الثقيلة كالرصاص والتنغستين من العناصر الخفيفة كالنحاس والألمنيوم.
- يكون إشعاع الفرملة متعامد لمع اتجاه حركة الالكترونات من أجل الطاقات الضعيفة، ويكون موازٍ من أجل الطاقات المرتفعة.
- من أجل جهد مُسرّع محدد فإن الطول الموجي الأكثر احتمالاً (more probability) للتدفق الصادر هو λ_m ويدعى بالطول الموجي الحامل للعدد الأكبر من الفوتونات في وحدة الزمن اي يملك اكبر شدة اشعاعية. يتم

الحصول عليه تجريبياً بالعلاقة التالية: $\lambda_m = \frac{3}{2} \lambda_{\min}$

شكل (4-4) يوضح تموضع كل من الطول الموجي الاصغري λ_{\min} والطول الموجي الموافق لقمة الطيف او ما يعرف بالطول الموجي الاكثر احتمالاً λ_m للطيف المستمر.



شكل (4-4): العلاقة بين الطول الموجي الاكثر احتمالاً و الطول الموجي الاصغري في الطيف المستمر.

تمرين تدريبي 1

اذا كانت قيمة الجهد المسرع في انبوبة الاشعة السينية هو 40KeV احسب اقصر طول موجي منبعث في طيف الاشعة السينية محددًا تردده.

الحل

حسب العلاقة (4-4)

$$\lambda_{\min} (\text{Å}) = \frac{hc}{eV} = \frac{12.4}{V(\text{Kev})} = \frac{12.4}{40(\text{Kev})} = 0,31 \text{ Å}$$

$$\nu_{\max} = c / \lambda = 3.10^8 / 0,31.10^{-10} = 9,68.10^{18} \text{ Hz}$$

3.3 الطاقة المشعة والاستطاعة المشعة لأنبوبة الأشعة السينية for X rays tube

■ الطاقة المشعة

تتناسب الطاقة المشعة بالجول طرداً مع: زمن التشغيل للجهاز t، العدد الذري Z لمادة المصعد، مربع الجهد المُسرَّع V وعدد الالكترونات الصادرة في وحدة الزمن I او ما يعرف أيضاً بشدة التيار المصعدي، وذلك بإهمال الضياع الاشعاعي الناتج عن امتصاص زجاج الانبوبة.

$$R(\text{joule}) = k.I.Z.V^2 t \quad (4-5)$$

حيث $k=9.10^{-10}$ ثابت مميز للأنبوبة.

■ الاستطاعة المشعة

الاستطاعة المشعة وحدتها الواط تعطى بالعلاقة:

$$\dot{R}(\text{watts}) = \frac{dR}{dt} = k.I.Z.V^2 \quad (4-6)$$

■ مردود أنبوبة الأشعة السينية returns of X Rays tube

المردود بالتعريف هو حاصل قسمة الطاقة المشعة إلى الطاقة المستهلكة E ضمن أنبوبة الأشعة السينية أو حاصل قسمة الاستطاعة المشعة قسمة الاستطاعة الكهربائية المستهلكة P ويكتب بالعلاقة التالية:

$$\eta = \frac{\dot{R}}{P} = \frac{R}{E} = \frac{k.I.Z.V^2 t}{R.I^2 t} = k.Z.V = 9.10^{-10}.Z.V \quad (4-7)$$

ملاحظة:

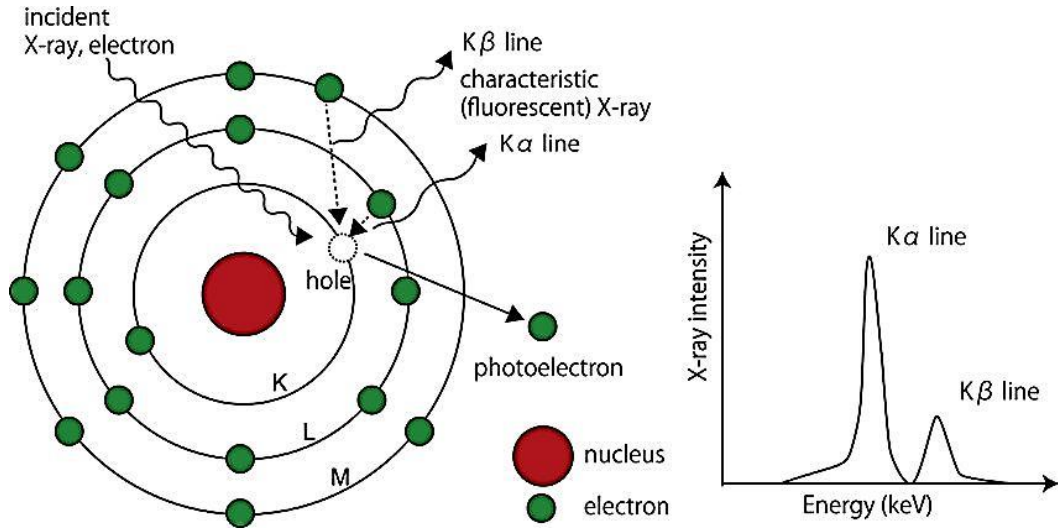
- كفاءة انبوبة كولدج صغيرة جدا حوالي 2 % لان اغلب الطاقة الناتجة طاقة حرارية.
- مردود انتاج الاشعة السينية يعتمد على العدد الذري لمادة الهدف وكذلك فرق الجهد الكهربائي بين المصعد والمهبط.
- هذا القيمة الصغيرة للمردود تؤدي الى ارتفاع سريع في درجة حرارة مادة الهدف ولذلك يستعمل مصعد دوار للمحافظة على سلامة الجهاز.

⊕ الطيف المميز أو طيف الخطوط Characteristic spectrum (lines spectrum)

عندما يصبح الجهد العالي المطبق كافياً نلاحظ ظهور خطوط تتركب على الطيف المستمر مشكلة قمم، وهذه الخطوط تكون مميزة لذرات مادة المصعد كما هو موضح في الشكل شكل (4-5) يمكن تفسير ذلك كما يلي:
عندما تمر الالكترونات المُسرعة مختربة المدارات الداخلية لذرة المصعد مثل...M، L، K فإنها قد تقذف الكترونات هذه المدارات الداخلية من مكانها.
وذلك تبعاً لطاقتها الحركية المكتسبة. بعد ذلك تصبح الذرة مثارة ولكي تعود إلى استقرارها السابق يحصل إعادة ترتيب إلكتروني، وذلك بملء الفراغ بالكترون يهبط من الطبقات الأعلى أو بواسطة إلكترون حر. وهذا ما يتسبب في انبعاث خط سيني مميز أحادي الطاقة ذو تردد يعطى بالعلاقة التالية:

$$\nu = \frac{m(Z-1)^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (4-8)$$

من الملاحظ اننا استعنا بنظرية بور المدرسة في الفصل الثاني في كتابة عبارة تردد الاشعاع السيني المنبعث



شكل (4-5): آلية خروج الكتلون من المدار K و L ليحل محله الكتلون من المدار L و M على الترتيب ليشغل مكان الفراغ الذي تركه، مما ينتج اصدار الاشعة السينية نتيجة لفرق الطاقة بين المستويين.

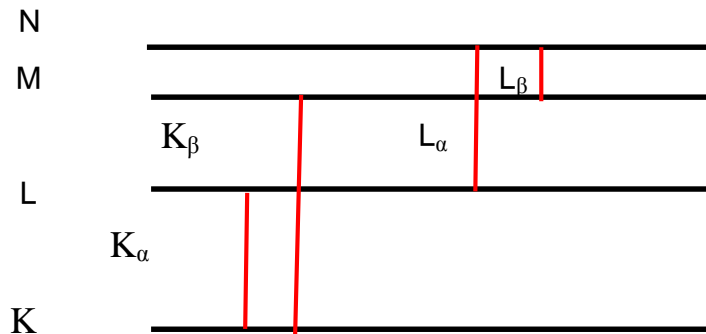
4.3. تسمية الخطوط المميزة - Naming of the Characteristic Lines

نذكر بترميز الطبقات تبعا للعدد الكمي الرئيسي n وهذا وفق نموذج الطبقات لبور في الفصل الثاني:

n	1	2	3	4	...
ترميز الطبقة	K	L	M	N	...

في الحقيقة ان فرق الجهد في الانبوبة يصل الى 50 KV او اكثر بعملية حسابية بسيطة فان طاقة الالكترونات التي تتصادم مع المصعد (الانود) طاقتها 50 KeV فان بعضها يستطيع ان ينتزع احد الالكترونات الموجود في المدار K ذو العدد الكمي الرئيسي $n=1$ وسيحل محل هذا الالكترون الكتلون اخر من الطبقة L. وفقا لهذا الانتقال ينبعث خطا طيفيا مميزا لمادة الهدف طالما ان تردده مرتبط بالشحنة الفعلية المؤثرة على الالكترون لاحظ العلاقة (4-8) يرمز لهذا الخط بالرمز K_{α} شكل (4-6) اما اذا حل محله الكتلون من المدار M فان خط الطيف المميز الصادر يسمى K_{β} اما اذا ملئ مكان هذا الالكترون بالكترون من المدارات الخارجية البعيدة فان الخط الطيفي المنبعث يكون طوله الموجي اقل قليلا من K_{β} ويرمز له بالرمز K_{γ} .

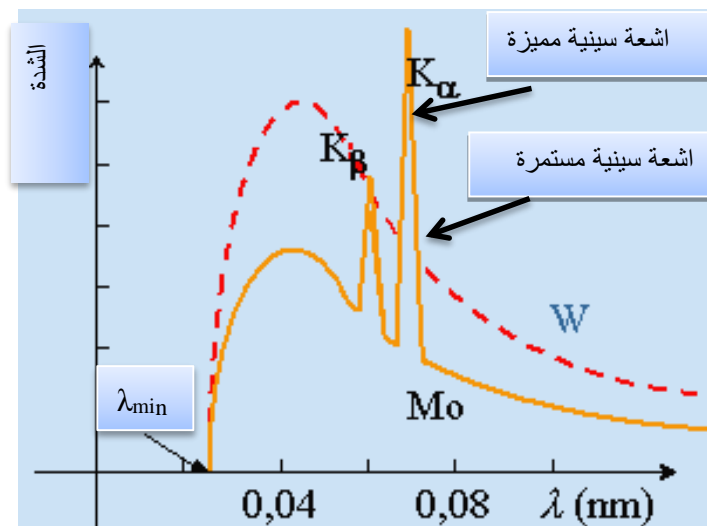
تسمى مجموعة الخطوط الطيفية $K_{\alpha}, K_{\beta}, K_{\gamma}$ بالاشعة السينية القاسية (hard X-rays) ذات طاقة عالية وطول موجي قصير في حين ان المجموعة L_{α}, L_{β} فان طاقتها اقل وطول الموجي اكبر مقارنة بخطوط المجموعة K وتسمى الاشعة السينية اللينة (soft X-rays) وهي التي تستخدم في التصوير الاشعاعي.



شكل (4-6): تسمية الخطوط الطيفية المميزة للأشعة السينية.

شكل (4-7) يوضح اطيف الاشعة السينية ممثلة بدلالة الطول وشدها المنتجة في ثبوت قيمة الجهد المسرع عند 35 KV. ويمثل طيف التنغستين طيفا مستمرا للإشعاع الصادرة من انبوبة الاشعة السينية، وأمكن كذلك الحصول على منحني الموليبيديوم تحت ظروف مشابهة، وبه خطين مميزين ومتراكمين على الطيف المستمر، ويعرفان بالخطين K_{α} و K_{β} للموليبيديوم بطاقة في حدود 19,7 KeV و 17,6 KeV للخط K_{α} و K_{β} على الترتيب.

وإذا أردنا الحصول على الخطين المميزين للتنغستين فانه يتعين علينا رفع فرق الجهد الى القيمة 70 KV. كذلك من المهم تحديد الظروف التجريبية لزيادة نسبة شدة الخط المميز إلى شدة الطيف المستمر حتى يكون الطيف المميز أكثر شدة. تستخدم هذه الخطوط المميزة في علم البلورات والتي سنتحدث عليها لاحقا.



شكل (4-7): طيف الأشعة السينية المستمر من التنغستين (W) والطيف المميز للموليبيديوم (^{42}Mo) الذي تم الحصول عليه عند جهد مسرع 35 KV.

From CLAYTON T. ULREY, *Physical Review* 11, 405 (1918)

ملاحظة

- من خلال الشكل يتبين ان الخط K_{β} أكبر طاقة من K_{α} وعليه فان تردد الخط K_{β} هو الأكبر.
- نحتاج الى فرق جهد اعلى من اجل الحصول على طيف الخطوط المميزة لعنصري الكروم ^{24}Cr والتنغستين ^{74}W .
- لا يتغير الطول الموجي للخط المميز بتغير قيمة الجهد المطبق ما لم نغير مادة الهدف.
- قيمة الطول الموجي الاصغري λ_{\min} ثابتة بالنسبة لجميع العناصر بسبب ثبوت قيمة الجهد المسرع وهذا يتوافق مع العلاقة (4-4).
- انزياح خطوط الطيف المميزة جهة الاطوال الموجية القصيرة بزيادة العدد الذري لذرات مادة الهدف.

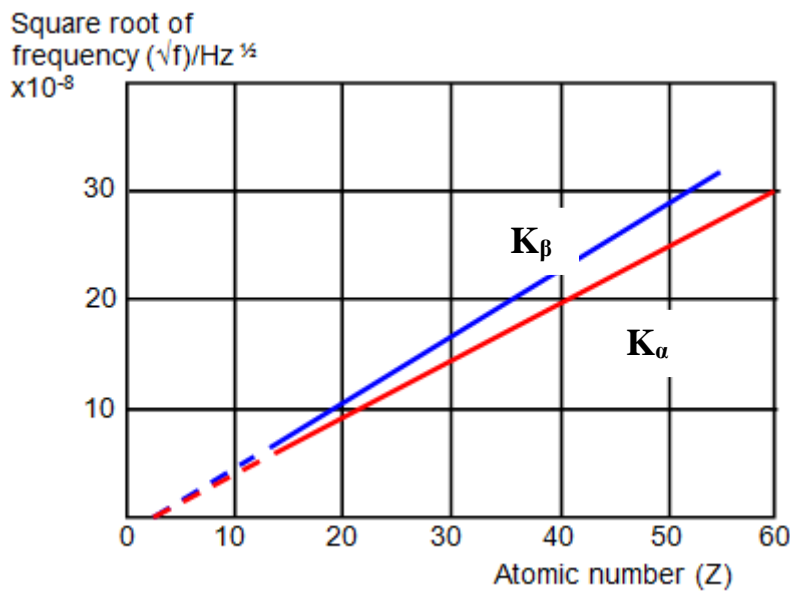
4. قانون موزلي Moseley's Law وتردد بعض الخطوط المميزة K_{α} و K_{β}

في غضون بضعة أشهر وفي نفس العام الذي تم فيه إطلاق النموذج الذري الكوكبي لبور إلى العالم، استفاد الكيميائي الإنجليزي هنري موزلي من قوانين حيود الأشعة السينية المكتشفة حديثاً التي اكتشفها الإخوة براغ (أبناء بلده) أجرى دراسة على طيف الأشعة السينية لمجموعة متنوعة من العناصر المستعملة في صناعة الانود، وهو جهد توج بانتصار كبير للفيزياء الحديثة عندما كشف موزلي في عام 1913 عن قانون موزلي الشهير والذي يكتب كما يلي :

$$\sqrt{\nu} = A(Z - \sigma) \quad (4-9)$$

حيث Z هو العدد الذري للمادة المستهدفة، و A و σ عبارة عن ثوابت تعتمد على الانتقال الذي يتم ملاحظته، بينما على الجانب الأيسر لدينا الجذر التربيعي لتردد الأشعة السينية المنتجة مثل K_α أو K_β .

أظهر موزلي ان ترتيب العناصر وفقاً للعدد الذري Z الذي تم الحصول عليه من الرسم البياني لقانونه كما هو موضح في شكل (8-4) وليس وفقاً لكتلتها الذرية (كما كان في اول الامر عندما تم اعداده على يد مندليف) أنتج جدولاً دورياً يتوافق تماماً مع الخصائص الفيزيائية والكيميائية لمختلف العناصر.



شكل (8-4): مخطط موزلي لخطوط K_α و K_β بدلالة العدد الذري لبعض العناصر.

بمساعدة نظرية بور المتوصل إليها في الفصل الثاني والمتعلقة بذرة الهيدروجين، إذا اعترفنا بأن الإلكترون الساقط يخرج إلكترونًا من الذرة الموضوع على الطبقة n_i . يأتي الإلكترون الموضوع على الطبقة n_f ليحل محله، ويطلق الطاقة في شكل تردد كهرومغناطيسي:

$$\nu = \frac{mZ^2e^4}{8\epsilon_0^2h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (4-10)$$

وقد اجري موزلي تجاربه على نظرية بور لذرة الهيدروجين وبين ان تردد الخط L و K لا بد ان يكتب بالصيغة التالية، بعد ان يطرح العدد الذري Z من كمية ثابتة يمكن كتابة العلاقة (4-10) بدلالة الشحنة الفعالة

$$\nu = \frac{m(Z - \sigma)^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) = Rc(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \quad (4-11)$$

حيث c سرعة الضوء و R ثابت ريدبراج Z العدد الذري، σ يدعى ثابت الحجب (Shielding-Constant) وهذا المقدار يتغير بتغير عدد الإلكترونات التي تحجب النواة عن الإلكترون القادم من المدار الخارجي.

1.4. تردد وطاقة الخطين K_β ، K_α ($\sigma=1$)

■ التردد

عندما يقفز الإلكترون من المدار ذو العدد الكمي الرئيسي $n=2$ (الطبقة L) الى المدار ذو العدد الكمي $n=1$ (الطبقة K) أي الخط K_α ، بوضع $Z-1$ بدلاً من Z في العلاقة (4-10) وتفسير ذلك ان الإلكترون المنتقل من $L \rightarrow K$ يتحرك في مجال شحنة النواة الموجبة ($+Ze$) والشحنة السالبة ($-e$) المتبقي في المدار K وعليه فالإلكترون يخضع لمجال شحنة موجبة قيمتها $Z_{\text{eff}}=Z-1$ وهذا ما يعرف بالشحنة الفعالة ويقال هنا ان الإلكترون في الطبقة K يحجج النواة ويجعل شحنتها الفعالة اقل من شحنتها الاصلية. وبالتالي نكتب عبارة تردد الخط K_α بالعلاقة التالية:

$$\nu_{K_\alpha} = \frac{m(Z-1)^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = Rc(Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \quad (4-12)$$

من اجل الخط K_β ينتقل الإلكترون من ($n=3 \rightarrow n=1$)

$$\nu_{K_\beta} = \frac{m(Z-1)^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) = Rc(Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right) \quad (4-13)$$

■ الطاقة

بالنسبة للطاقة من خلال العلاقة $E=h\nu$ ، وبعد اجراء التطبيق العددي ($R=1,097 \times 10^7 \text{m}^{-1}$) نحصل على التعبير التالي لطاقة الخط K_α

$$\text{for } K_\alpha \rightarrow E(\text{eV}) = 10.2(Z-1)^2 \quad (4-14)$$

2.4. تردد وطاقة الخطين L_β ، L_α ($\sigma=7.4$)

في هذه الحالة الإلكترون المقتلع هو احدى الكترونات الطبقة L وعند انتقال الإلكترون من المدار ذو العدد الكمي الرئيسي $n=3$ الى المدار $n=2$ يبعث فوتون تردده يساوي تردد الخط L_α وتظهر في العلاقة (4-15)، $Z-7$ سبب ذلك يعود الى ان الإلكترونات في الطبقة L منتشرة أكثر من الكترونات الطبقة K ولذا فان جميع هذه الإلكترونات لا تحجب النواة عن الإلكترونات في الطبقة M كما تفعل في الطبقة K وعليه قيمة الشحنة الفعالة هي $Z-7,4$ عوض القيمة $Z-9$.

إن الكلام النظري أن الإلكترون في الطبقة M يتأثر بشحنة النواة الفعالة التي تعتمد على عدد الإلكترونات في الطبقة K و L والتي تحجب النواة عنه بعدد إجمالي من الإلكترونات قدره $8L+2K-1L=9$ تحجب الإلكترون القادم من الطبقة

M إلى ان الحقائق التجريبية الأقرب إلى الحقيقة بينت ان $Z_{\text{eff}}=Z-7,4$ وهي الشحنة المؤثرة للنواة (Effective) Nuclear Charge والتي يحس بها إلكترون يقفز من $M \rightarrow L$.

$$\nu_{L\alpha} = \frac{m(Z-7,4)^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R_c(Z-7,4)^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (4-15)$$

تمرين تدريبي 2

1. اوجد الطاقة والطول الموجي (بطرفتين نحدد λ) لخط الأشعة السينية K_α للألمنيوم ^{13}Al .
2. حدد العنصر الذي له طول موجة خطه المميز K_α هي $0,180 \text{ nm}$. ثابت رايدبراج $R=1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$

الحل

1. حسب العلاقة (4-4)

$$\text{for } K_\alpha \quad E(\text{eV}) = 10.2(Z-1)^2 = 10.2(13-1)^2 = 1470 \text{ eV} = 1,47 \text{ KeV}$$

تكتب عبارة تردد الخط K_α بالعلاقة (4-12) كما يلي:

$$\nu_{K\alpha} = \frac{m(Z-1)^2 e^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = R_c(Z-1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = \frac{3R_c(Z-1)^2}{4}$$

$$\nu_{K\alpha} = \frac{3R_c(Z-1)^2}{4} = 3,55 \cdot 10^{17} \text{ Hz} \rightarrow \lambda = c / \nu = 8,4 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 8,4 \text{ \AA}$$

$$\lambda = \frac{hc}{E(K\alpha)} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{1,47 \cdot 10^3 \times 1,6 \cdot 10^{-19}} = 8,4 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 8,4 \text{ \AA}$$

التردد الموافق للطول الموجي هو

$$\nu_{K\alpha} = c / \lambda = 1,67 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$$

2.

$$\nu_{K\alpha} = \frac{3R_c(Z-1)^2}{4} \rightarrow Z = \sqrt{\frac{4\nu_{K\alpha}}{3R_c}} + 1 \rightarrow Z = 27$$

هذا العنصر يسمى الكوبالت ^{27}Co

ملاحظات

- من بين الاستعمالات الهامة لخطوط الأشعة السينية المميزة مجال دراسة البلورات Crystallography.
- من الممكن للفوتون السيني الصادر عن ذرة الهدف ان ينزع إلكترون مداري من نفس الذرة ويكسبه طاقة حركية يطلق عليه اسم إلكترون اوجير (Auger's electron) والظاهرة الحادثة هي مفعول اوجير (Auger effect)، لنفرض على سبيل المثال ان الكترون اوجر من الطبقة M بواسطة فوتون الخط المميز K_α تكون الطاقة الحركية للإلكترون اوجر هي:

$$T_{e \text{ Auger}} = h\nu_{K\alpha} - E_M$$

حيث E_M طاقة نزع اللزعة لنزع الالكترن من الطبقة M .

■ لا تظهر الخطوط المميزة عند فرق جهد منخفض نسبيا.

5- دراسة البلورات بالأشعة السينية (X-ray crystallography (XRC)

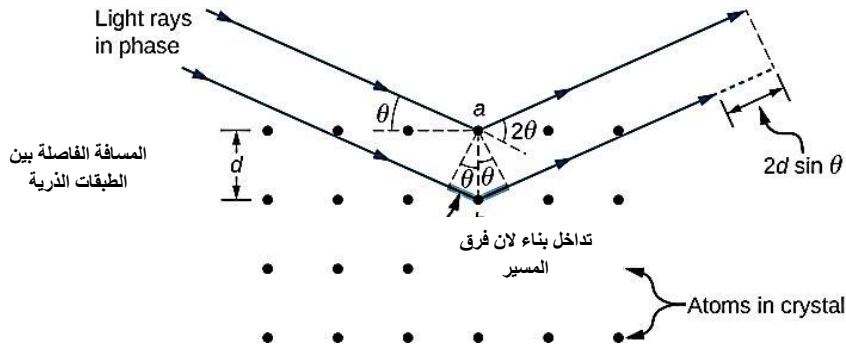
ان الامواج التي تنعكس عن نفس الطبقة من الذرات تكون متفقة في الطور أي لا يوجد بينها فرق مسير. اما الاشعة التي تنعكس عن الطبقة واقعة اسفل الطبقة الاولى مباشرة فتكسب فرقا في المسير بينها يساوي $2d\sin\theta$. ويحدث التداخل البناء كما هو موضح في الشكل (4-8) بين هذه الأمواج المنعكسة وفي اتجاهات محددة، عندما يكون فرق المسير بين موجتين منعكستين على طبقتين متتاليتين من الذرات مساويا عددا صحيحا من الطول الموجي للأشعة المستخدمة أي $n\lambda$. ويعبر عن ذلك بشرط او قانون براغ للانعراج (Bragg Law).

$$n\lambda = 2d \sin \theta \quad (4-16)$$

d : المسافة العمودية الفاصلة بين المستويات الذرية

θ : زاوية ورود الاشعة السينية على المستويات الذرية

n : رتبة انعراج او حيود الاشعة السينية نهم بالرتبة الاولى اي $n=1, 2, 3, \dots$.



شكل (4-8): الطبقات الذرية وشرط التداخل البناء للأشعة عند اصطدامها بالبلورة.

ملاحظة

- شرط حدوث انعكاس براغ يجب ان يكون طول موجة الاشعة السينية المستخدمة اقل او يساوي $2d$ ($\lambda < 2d$)
- الشرط السابق يبين بوضوح ان الاشعة المرئية لا يمكن ان تستخدم في دراسة البنية البلورية.
- هذه العلاقة البسيطة تمكننا من اعطاءنا معلومات كافية عن تموضع الذرات والبعد الفاصل بينها في البناء البلوري.

6- قوانين التوهين (تخامد) الأشعة السينية The laws of X-rays and rays attenuation

6-1- التخامد في الوسط المادي Attenuation in material medium

عندما تسقط حزمة من الأشعة السينية عبر وسط مادي، يمكن أن يتفاعل جزء كبير من الفوتونات مع ذرات المادة مسببة لامتصاص الفوتونات من الإشعاع، وهذا يؤدي حتما لانخفاض شدة الأشعة السينية المرسله في المقام الأول عن طريق التأثير الكهروضوئي وتشنت كومبتون ومفعول إنتاج الزوجية (خارج برنامج طلبه التكنولوجيا). اما الجزء الصغير من الاشعاع المتبقي ينعكس عن ذلك الوسط المادي.

شدة الإشعاع أحادي اللون (يتكون من طول موجي واحد) للأشعة السينية بعد أن اخترقت مسافة x من مادة معينة يعطي بالعلاقة التالية:

$$I(x) = I_0 \cdot \exp(-\mu \cdot x) \quad \text{or} \quad I(x) = I_0 \cdot \exp(-\mu_m \cdot \rho \cdot x) \quad (4-17)$$

حيث: μ تمثل معامل التخماد الخطي (Linear Attenuation Coefficient) للمادة وحدته مقلوب m^{-1} ، I_0 الشدة الابتدائية الواردة I الشدة المتبقية بعد اجتيازها سمك x من المادة المستهدفة من قبل الإشعاع السيني.

μ_m معامل التخماد الكتلي (mass attenuation coefficient) ويرتبط مع معامل التخماد الخطي بالعلاقة $\mu_m = \mu / \rho$ و ρ تمثل الكتلة الحجمية للمادة وبالتالي وحدته هي m^2/Kg .

وفيما يلي جدول لبعض قيم معامل التخماد الخطي عند القيمة 100KeV من طاقة الأشعة السينية:

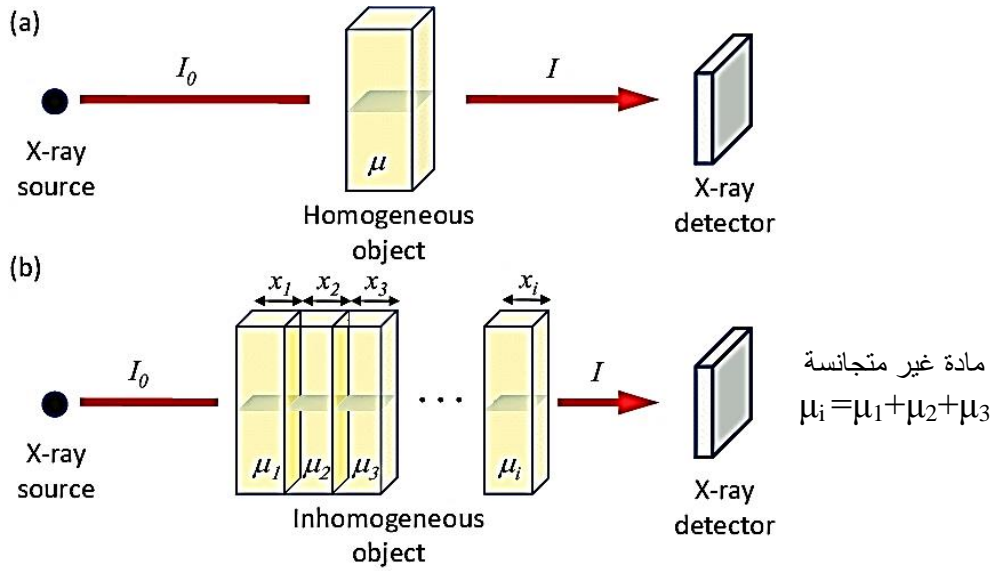
جدول 1: بعض قيم معامل التخماد الخطي (وحدة cm^{-1}) لالهواء، الماء، الخشب، النحاس بدلالة طاقة الإشعاع السيني عند قيم كثافة لهذه المواد على الترتيب $0.0013, 1, 0.5, 2.2, 8.6 g/cm^3$.

E(keV)	Air	Water	Wood	Copper
5	0.052	45	15	1577
10	0.0067	5.1	1.8	1840
15	0.00021	1.65	0.6	631
20	0.001	0.8	0.31	288
30	0.00046	0.37	0.2	93
40	0.00033	0.27	0.15	41
50	0.00027	0.22	0.12	22
60	0.00023	0.205	0.11	13.5
80	0.00022	0.18	0.094	6.5
100	0.0002	0.17	0.085	3.9
150	0.00018	0.15	0.08	1.9

<https://www.ndt.net/article/v05n01/cesareo/cesareo.htm>

ملاحظة هامة

- ان قيم معاملات الامتصاص الخطية لمختلف العناصر مرتبطة بكثافة هذه الاخيرة فهي تزداد بزيادة كثافة المادة.
- بزيادة طاقة الإشعاع تتناقص قيم معاملات الامتصاص لأنه بزيادة الطاقة ينقص الطول الموجي وبالتالي امكانية اختراق الوسط من قبل الفوتونات تزداد وهذا يقود الى نقصان معاملات الامتصاص.
- في حالة مادة غير متجانسة معامل التخماد الخطي لها هو مجموع مختلف المعاملات المكونة للمادة كما هو موضح في الشكل (4-9).



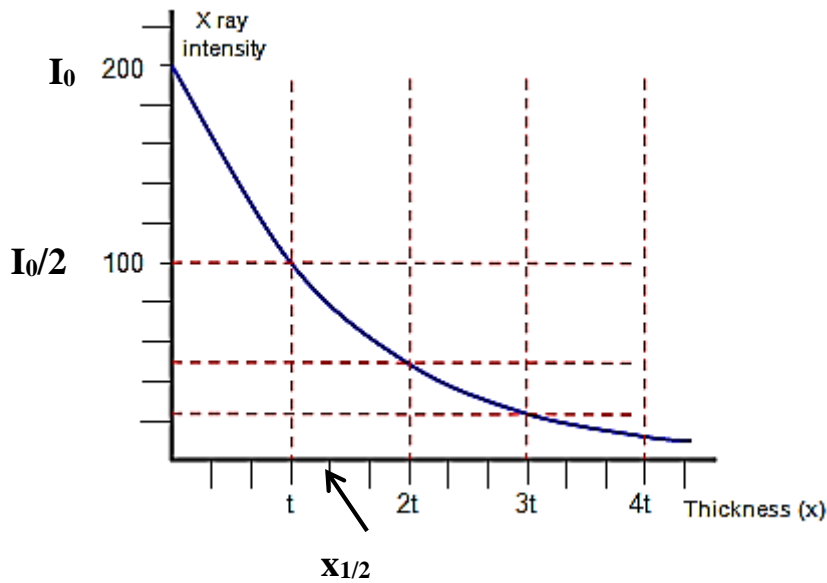
شكل (9-4): رسم تخطيطي للتصوير الشعاعي للأشعة السينية: (a) التخادم من خلال وسط متجانس و (b) جمع التوهين من خلال وسط غير متجانس.

2-6- سمك النصف – thicknes

نعرف سماكة النصف لوسط مادي هو السمك الذي يخفض شدة الإشعاع الى النصف ونكتب $I(x_{1/2})=I_0/2$ بالتعويض في العلاقة (4-16) نجد:

$$I(x) = I_0 \cdot \exp(-\mu \cdot x) \rightarrow I(x_{1/2}) = I_0 \cdot \exp(-\mu \cdot x_{1/2}) = I_0 / 2$$

$$x_{1/2} = \ln 2 / \mu \tag{4-18}$$



شكل (10-4): تناقص شدة الإشعاع بدلالة السمك.

3-6- التخامد في الخلاء

تكتب عبارة شدة الاشعاع على بعد d من المنبع النقطي للإشعاع السيني الذي يصدر في جميع الاتجاهات وبشكل متجانس بالعلاقة التالية:

$$I=I_0/d \quad (4-18)$$

ملاحظات

- هذه العلاقات صالحة كذلك في مجال الاشعاع γ (غير مقرر في البرنامج تفاعل اشعاع γ مع المادة).
- ان قيمة سماكة النصف تلعب دور هام في مجال صناعة الذروع الواقية من الاشعاع.
- من اجل $x=nx_{1/2}$ يمكن ان نطبق العلاقة التالية $I=I_0/2^n$.

تمرين تدريبي 3

- يبلغ معامل التوهين الخطي لأشعة غاما ذات الطاقة 100KeV في الماء 17 m^{-1}
1. أوجد قيمة الشدة النسبية لحزمة اشعة غاما ذات الطاقة 100KeV بعد اختراقها سمك 10 cm من الماء.
 2. حدد سمك الماء المخترق اللازم لتناقص شدة الاشعاع الى 1% من قيمتها الابتدائية.
 3. قيمة سمك النصف للماء.

الحل

1. من العلاقة (4-17)

$$I(x) = I_0 \cdot \exp(-\mu \cdot x) \quad \rightarrow \quad \frac{I}{I_0} = \exp(-\mu \cdot x) \rightarrow \frac{I}{I_0} = \exp(-17 \times 0.1)$$

$$\frac{I}{I_0} = 0.18$$

2. بمعنى يكون لدينا:

$$\frac{I_0}{I} = 100 \Rightarrow x = \frac{\ln(I_0 / I)}{\mu} = \frac{\ln(100)}{17\text{m}^{-1}} = 0.27\text{m}$$

3. قيمة سمك النصف للماء

$$I(x) = I_0 \cdot \exp(-\mu \cdot x) \Rightarrow I(x_{1/2}) = I_0 \cdot \exp(-\mu \cdot x_{1/2}) = I_0 / 2$$
$$\Rightarrow x_{1/2} = \ln 2 / \mu = \ln 2 / 17\text{m}^{-1} = 0.04\text{m}$$

7- استخدامات الأشعة السينية: (يقدم كبحث للطلبة)

- في الطب: في الكشف عن كسور العظام وجود الحصوات في الكلى والمرارة.
- في الصناعة: في دراسة البناء البلوري للعناصر والكشف عن الشقوق في المعادن كهياكل الطائرات والأنابيب المعدنية.
- في المطارات: في الكشف عن وجود الأجسام الصلبة: في أمتعة المسافرين دون فتحها.



1. ماذا نقصد بثابت الحجب.

2. ما ذا يحدث للإلكترونات على مستوى الكاثود (المهبط) في كل من:

♦ الميكروسكوب الإلكتروني: تكتسب الإلكترونات طاقة حركية وزيادة القدرة التحليلية لهذا الأخير.

♦ أنبوبة كولدج: اكتساب الإلكترونات طاقة حركية لتتصادم مع مادة الهدف المصعد (الانود) وتحرير اشعاع سيني.

اشرح باختصار مايلي:

3. يعتمد تردد الخط المميز على الطاقة الحركية للإلكترون المسرع.

4. علل الخط المميز K_{α} يملك طاقة أكبر من الخط K_{β} .

5. لماذا لا تتغير طاقة فوتون الطيف المميز اذا تغيرت قيمة فرق الجهد المسرع من اجل نفس مادة الهدف.

6. لماذا تكون كثافة طيف الأشعة المستمرة للتغنستن أكبر من الموليبيدينوم أو الكروم.

7. الإلكترونات المتحركة من الكاثود الى مادة الهدف تدعى بتيار انبوب الأشعة السينية.

يبلغ معامل الامتصاص الخطي لأشعة غاما ذات الطاقة 100KeV في الماء 17 m^{-1}

1. أوجد قيمة الشدة النسبية لحزمة اشعة غاما ذات الطاقة 100KeV بعد اختراقها سمك 10 cm من الماء.

2. حدد سمك الماء المخترق اللازم لتناقص شدة الاشعاع الى 1 % من قيمتها الابتدائية.

الإجابة

1.

$$I(x) = I_0 \cdot \exp(-\mu \cdot x) \quad \rightarrow \quad \frac{I}{I_0} = \exp(-\mu \cdot x) \rightarrow \frac{I}{I_0} = \exp(-17 \times 0.1)$$

$$\frac{I}{I_0} = 0.18$$

2.

$$\frac{I_0}{I} = 100 \Rightarrow x = \frac{\ln(I_0 / I)}{\mu} = \frac{\ln(100)}{17 \text{ m}^{-1}} = 0.27 \text{ m}$$

المراجع

Textbook Atomic Physics

المؤلف (Author)	عنوان الكتاب	هيئة النشر	لغة الكتاب
Arthur Beiser	Concepts of Modern Physics", 6th ed	McGraw-Hill, 2003	انجليزي
Kenneth S. Krane	Modern Physics	Wiley, 2012	انجليزي
J. Taylor, C. Zafiratos, M. Dubson	Modern Physics	Addison-Wesley, 2003	انجليزي
Raymond A. Serway, Clement J. Moses, Curt A. Moyer,	Modern Physics, Third Edition	Thomson Learning Academic Resource Center, 2005	انجليزي
هلال، عبد الفتاح إبراهيم	الفيزياء الذرية	مركز النشر العلمي جامعة الملك عبد العزيز 1994	عربي
محمد انور بطل	الفيزياء الذرية والجزيئية	منشورات جامعة حلب 1989	عربي
Claude Cohen-Tannoudji Bernard Diu (Author), Frank Laloe (Author)	Quantum Mechanics, Vol. 1 1st Edition	Published January 8th 1991 by Wiley-Vch (first published 1973)	انجليزي
Prof. Dr. Muhammad Ahmad AL-Jalali	محاضرات الفيزياء الحديثة	منشورات جامعة الطائف قسم الفيزياء	انجليزي وعربي