

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

Ministère de l'Enseignement Supérieure et de la Recherche Scientifique

المدرسة العليا لأساتذة التعليم التكنولوجي بسكيكدة

Ecole Normale Supérieure d'Enseignement Technologique



قسم الفيزياء والكيمياء

مذكرة التخرج لنيل شهادة أستاذ التعليم متوسط - فيزياء -

من إعداد:

برلة يوسف

عشاشرة وائل

الموضوع

المعلومات والحوسبة الكمية

تاريخ المناقشة 2024/06/24 أمام اللجنة المتكونة من:

رئيسا	م ع أ ت ت سكيكدة	الأستاذ: حساينية عمارة
مشرفا	م ع أ ت ت سكيكدة	الأستاذ: بوعويينة بركات
ممتحنا	م ع أ ت ت سكيكدة	الأستاذ: بوجعدار جمال
ممتحنا	م ع أ ت ت سكيكدة	الأستاذ: مسقالجي سمير

Promotion Juin 2024 دفعة جوان

شكر وعرّفان

إنني أشكر الله وافر الشكر على توفيقه لي واعانتني على إتمام رسالتي

العلمية.

وأقدم أسمى آيات الشكر والعرّفان بالجميل للدكتور بركات بوعونية الذي

تفضّل بقبول الإشراف على رسالتي، والذي منحني من وقته الثمين ومن

بحر معلوماته وخبراته الواسعة ما شكّل إضافة كبيرة للعمل البحثي، حيث

كانت توجيهاته ونصائحه المنارة التي استعنت فيها في كامل عملي

البحثي، فأسأل الله العزيز أن يجازيه خير الجزاء.

كما اتوجه بالشكر الجزيل على قبول مناقشة رسالتي لكل أعضاء اللجنة

الكريمة المؤلفة من الدكتور حساينية عمارة والدكتور بوجعدار جمال

والدكتور مسقالي سمير

الإهداء

الى من اوجب الي الله تعالى برها والاحسان اليها...الى من جعل الله جنان الخلد تحت

قدميها...الى من تجرعت كأس الشقاء لتسقينني كأس السعادة...امي الحنونة

الى من علمني معنى الحياة...الى قدوتي الاولى ونبراسي الذي ينير دربي...الى من

اوصلني شاطئ الامان، ابي العزيز

الى سبب نجاحي ودعمي الروحي اخواني واخواتي

الى نعم الاصدقاء والزملاء

الى كل الاساتذة الذي درست على ايديهم من المرحلة الابتدائية الى الدراسات العليا.

الى كل من ساهم في هذا العمل المتواضع من بعيد او قريب ولو بكلمة طيبة

الى كل هؤلاء اهدي ثمرة عملنا هذا...

الإهداء

الحمد لله الذي ما اخترنا دربا ولا تخطينا عتبة إلا بعونه وتدبيره ها أنا اليوم أقف أمام

لحظات تخرجي أقطف ثمار جهدي

اهدي هذا النجاح لِنفسي ولكل من سعى لإتمام هذه المسيرة، دمتم لي سندا

يصعب عليّ أن أفيكما حقكم، لكم أهدي هذا العمل

أمي وأبي أطال الله في عمركما

الى اخوتي الذين كانوا حافزي أمينة ويحيى

إلى كل رفاقي يوسف، بهاء، باسط، عبد النور، هارون

الى من مد يده في أصعب الأوقات رحمة وكل من ساعدني من قريب أو بعيد

اهدي لكم فرحة تخرجي

ما كانت البدايات إلا بتسييره وما كانت النهايات الا بتوفيقه فالحمد لله الذي وفقني في

خطواتي هذه

الفهرس

الشكر

الإهداء

الفهرس

قائمة الاشكال

- 1 مقدمة
- 3 مقارنة تاريخية

الفصل الأول: ميكانيك الكم

- 5 1. بدايات نظرية الكم
- 7 2. الأعداد الكمية والمقادير الفيزيائية
- 8 3. اساسيات نظرية الكم
- 8 1.3. فضاء هيلبرت
- 9 2.3. مسلمات نظرية الكم
- 10 3.3. القيمة المتوقعة
- 10 4.3. الكتابات المكافئة لمعادلة شرودنجر
- 11 1.4.3. مؤثر التطور لجملة معزولة
- 11 2.4.3. مصفوفة الكثافة
- 12 1.2.4.3. أهم خصائص مصفوفة الكثافة
- 13 4. التمثيلات في ميكانيك الكم (الصور)
- 13 1.4. تمثيل شرودنجر
- 14 2.4. تمثيل هايزنبرغ
- 15 3.4. تمثيل التفاعل
- 17 5. السبين ومصفوفات باولي
- 17 1.5. سبين الالكترن
- 19 2.5. مصفوفات باولي

الفصل الثاني: المعلومات الكلاسيكية

- 22 1. آلة تورينغ
- 22 1.1. تعريف آلة تورينغ

232.1. العمليات الحسابية في آلة تورينغ.
233.1. آلة تورينغ المعممة.
242. الخوارزمية الكلاسيكية.
243. المنطق الرقمي.
241.3. الجبر البولي.
264. البوابات المنطقية الكلاسيكية.
261.4. بوابة (و-AND).
272.4. بوابة (أو-OR).
293.4. بوابة (لا-NOT).

الفصل الثالث: الجمل الكمية المفتوحة

311. ديناميك الجمل الكمية المفتوحة.
382. التشابك الكمي.
381.2. مفهوم التشابك.
392.2. قاعدة شميدت.
413.2. قياس التشابك للحالات النقية.
423. النقل الكمي الآني.
434. الترميز الكمي الكثيف.
445. الترابطات الغير محلية في ميكانيك الكم.
466. مفارقة EPR.
487. فك الترابط.

الفصل الرابع : المعلومات و الحوسبة الكمية

531. النظرية الكمية للمعلومات.
531.1. البت الكمي.
552.1. كرة بلوخ.
562. البوابات المنطقية الكمية.
603. الخوارزميات الكمية.
614. التشفير الكمي.
615. نظرية اللااستنساخ No-cloning.

الفصل الخامس: نموذج الدوران والاهتزاز

641. تقديم النموذج
652. نتائج النموذج
69الخاتمة
70قائمة المراجع
	الملخص

قائمة الاشكال

الصفحة	العنوان	الرقم
الفصل الاول		
17	تجربة ستيرن-جيرلاخ	شكل (1.1)
17	تأثير مجال مغناطيسي \vec{B} على العزم ثنائي القطب للإلكترون	شكل (2.1)
الفصل الثاني		
22	وحدة التحكم في آلة تورينغ	شكل (1.2)
23	شريط القراءة على آلة تورينغ	شكل (2.2)
23	مخطط لعملية الجمع على مدخلات باستعمال آلة تورينغ	شكل (3.2)
24	مجموعة من العمليات على آلة تورينغ المعممة	شكل (4.2)
24	رسم تخطيطي يوضح بنية الخوارزمية	شكل (5.2)
27	تمثيل البوابة AND بواسطة ترنستورات	شكل (6.2)
27	البوابة AND في رقاقة الدارة المتكاملة 7408	شكل (7.2)
28	تمثيل البوابة OR باستخدام ترنستورات	شكل (8.2)
28	البوابة OR في رقاقة الدارة المتكاملة 7432	شكل (9.2)
29	تمثيل البوابة NOT باستخدام ترنستورات	شكل (10.2)
الفصل الثالث		
31	مخطط جملة كمية مفتوحة تتفاعل مع المحيط	شكل (1.3)
32	الخريطة الديناميكية لتطور جملة مفتوحة	شكل (2.3)
42	منحنى دالة مقياس التشابك $E(\rho)$	شكل (3.3)
43	بروتوكول النقل الكمي الانفي	شكل (4.3)
45	مخطط توضيحي لتمثيل تجربة ارتباط غير محلي بالصندوقين الأسودين	شكل (5.3)
46	بروتوكول الحوسبة الغير محلية	شكل (6.3)
الفصل الرابع		
54	تجسيد كيوبت من خلال مستويات الإلكترون في الذرة	شكل (1.4)
56	التمثيل-كرة بلوخ- لحالات كيوبت	شكل (2.4)
57	مخطط تمثيل مؤثر باولي σ_x كبوابة منطقية	شكل (3.4)

59	جدول يوضح مصفوفة ودارة مختلف البوابات المنطقية الكمية	شكل (4.4)
----	---	-----------

مقدمة عامة

مقدمة عامة

شهد مجال الحوسبة والمعلوماتية قفزات نوعية مذهشة عقب تطوير واستعمال الترنزستورات في المُعالجات فتحول شكل الكمبيوترات كلياً عن سابقتها بحيث أصبحت أصغر حجماً وأقوى من حيث الأداء وهذا ما لاحظته غوردون مور حول تضاعف عدد الترنزستورات على شريحة المعالج الواحدة كل عامين مما يؤدي إلى زيادة سرعة الحوسبة وانخفاض تكلفة الإنتاج، في الواقع إن هذا التقدم السريع في تطوير المعالجات ومكونات الكمبيوترات عاجلاً أم آجلاً سيصطدم بالعالم الميكروسكوبي المحكوم بقوانين مختلفة تمام عن العالم الماكروسكوبي الذي عهدناه وبالتالي يتحتم علينا تطوير تقنيات جديدة في علوم الكمبيوتر تتوافق مع هذه القوانين وتستغل خصائص ميكانيك الكم الفريدة.

كان ريتشارد فاينمان أول من اقترح إمكانية محاكاة الكمبيوترات الكمية لميكانيك الكم واستعمال قوانينها الفريدة والتي سنتج لنا حواسيب خارقة أسرع بملايين المرات من نظيرتها الكلاسيكية، يعتمد الأمر على مفهوم تراكم الحالات الممكنة للبتات معاً مما سيُنتج لنا مفهوم البت الكمي أو الكيوبت والذي لديه حالتين متراكبتين من 0 و 1 عكس البت الكلاسيكي الذي يكون إما 0 أو 1، يلعب مفهوم التشابك الكمي أيضاً دوراً أساسياً وخاصةً جد هامة في تقديم ميزات جديدة لآليات البوابات المنطقية والاتصالات الكمية، نذكر أيضاً مبدأ تأثير القياس على حالة الجمل الكمية والذي يمكن من خلاله تطوير الأمن ضد الاختراقات والتي ستكون مستحيلة تمام في ظل الحوسبة الكمية، إذا كيف يمكننا من صياغة إطار نظري لحوسبة تعتمد على نظرية الكم وتمكننا من إدراج مفاهيمها وقوانينها لبناء نسخة كمية من المعلوماتية والحوسبة الكلاسيكية؟ وماهي البروتوكولات التي تمكننا من تجاوز الصعوبات أمام بناء هذه النسخة؟

نظرية المعلومات والحوسبة الكمية تُعتبر الكيوبت وحدة أساسية بدلاً من البت وتوفر لنا الإطار النظري الشامل للخصائص والمفاهيم التي يمكن استعمالها في تطوير مكونات وآليات عمل الكمبيوترات الكمية من حيث القدرة على نقل ومعالجة المعلومات كرسوم بروتوكولات النقل الآني والترميز الكمي الكثيف وفك التشفير ومختلف الخوارزميات الكمية...، وتوفر لنا أيضاً طريقة تمثيل الكيوبت فيزيائياً وبناء البوابات المنطقية وفقاً لمبادئ نظرية الكم.

لهذا في هذه المذكرة سوف نقدم المفاهيم الأساسية لنظرية المعلومات الكمية والحوسبة الكمية بشكل دقيق كإطار عام عن الموضوع وفهم واضح له حيث قدمنا الفصلين الأولين كمدخل للموضوع الأساسي ثم فصلين نوضح فيهما مبادئ الحوسبة الكمية والمعلومات الكمية ثم فصل نقدم فيه نموذج لحوسبة كمية:

- في الفصل الأول نتطرق للمفاهيم الأساسية لميكانيك الكم كالأعداد الكمية والتي تعتمد عليها أساسا الحوسبة الكمية لتمثيل الكيوبت بجملة كمية، ثم نقدم مسلمات بناء النظرية وكيفية التعبير عن تطور الجمل الكمية بمعادلة شرودنجر والكتابات المكافئة لها من مؤثر التطور ومصفوفة الكثافة ثم سنشرح التمثيلات في ميكانيك الكم: شرودنجر، هايزنبرغ وتمثيل التفاعل ونختتم الفصل بعرض مفهوم سبين الالكترين ومصفوفات باولي.
- في الفصل الثاني سنتعرف على مبادئ المعلوماتية الكلاسيكية من منطق رقمي وخوارزميات وبوابات منطقية.
- في الفصل الثالث عرضنا ديناميكية تطور الجمل الكمية المفتوحة ثم فصلنا ظاهرة التشابك الكمي والتي ترتبط أساسا بالتفاعلات بين الجمل المفتوحة، ثم قدمنا الظواهر المرتبطة بالتشابك كالنقل الانني ومفارقة EPR ثم ختمنا الفصل بنظرية فك الترابط.
- في الفصل الرابع تطرقنا بشكل مباشر الى المعلومات والحوسبة الكمية من الكيوبت وتمثيله في كرة بلوخ ثم بناء البوابات المنطقية وشرح مختصر عن الخوارزميات الكمية والترميز الكمي الكثيف والتشفير الكمي وختمنا بنظرية اللا استتساخ.
- في الفصل الخامس عرضنا نموذج بناء بوابات منطقية اعتمادا على الاعداد الكمية المرتبطة بدوران واهتزاز الجزيئات الثنائية لأكسيد النيتريك.

مقاربة تاريخية

تاريخيا تم انجاز عدة كمبيوترات تجمع بين المنطق الرياضي والعمل الالي، في البداية طور شارلز باباج محرك آلي يقوم بعدة عمليات حسابية على الأرقام وينسخ نتائج العمليات الا ان محاولته لم تكن كاملة، عام 1936 قام آلان تورينغ بصنع آلة تحاكي الخوارزميات وتعد الأساس الذي قدم لنا التصور النظري على طريقة بناء الحوسبة وأجهزة الكمبيوتر، عام 1946 في الولايات المتحدة الامريكية تم تطوير جهاز ENIAC والذي كان يشغل حيز حوالي 1672 متر مربع ويستهل كمية هائلة من الطاقة، اعتمد هذا الجهاز الرقمي على 18000 أنبوب مفرغ والتي هي عبارة عن انابيب زجاجية تشبه المصابيح وبإمكانها السماح للتيار الكهربائي بالمرور او منعه، الا انه ينتج عنها حرارة جد عالية مع كونها مرتفعة التكلفة.

في الواقع كان تطوير أجهزة الكمبيوتر مرتبط أساسا بالثورات التكنولوجية في مجال تصميم المعالجات، فباختراع الترانزستور وهو عنصر شبه موصل ودمجه في الدارات الممثلة للبوابات المنطقية واستبدال الانابيب المفرغة تحسنت كفاءة المعالجات واصبحت مكونات الكمبيوتر أصغر واقل تكلفة، في السنوات الأخيرة تم تقليص حجم الترانزستورات الى المستوى النانوي فأصغر ما تمكنت التقنيات الحالية من الوصول اليه هو 4 نانومتر. تزامنت هذه التطورات مع تحقيق قفزات في الخوارزميات ولغات البرمجة بدءًا من COBOL إلى ++C وباقي لغات البرمجة، وتحاول حل مشكلتي سرعة المعالجة والنقل. فالكمبيوتر عمومًا له ثلاث أسس هي لغة البرمجة، الخوارزمية الرياضية والتقنيات الإلكترونية من البوابات المنطقية والدارات الممثلة لها.

صحيح ان تقليص حجم الترانزستورات يوفر كفاءة عالية في الأداء الا اننا بمواصلة هذه العملية نصطدم بحدود صلاحية قوانين العالم الماكروسكوبي المحكومة بالفيزياء الكلاسيكية ويصبح لدينا احتكاك مباشر مع العالم الكمي، كون الترانزستورات او الدارات الالكترونية جمل فيزيائية فبتصغيرها تصبح دراستها ضمن اطار الجمل الفيزيائية الكمية والتي لديها خصائص مختلفة تمام عن نظيرتها الكلاسيكية، في الواقع لدينا كل الأسس النظرية لدراسة مثل هذه الجمل من خلال ميكانيك الكم، ويتضح لنا نظريا انه ببناء بوابات منطقية ومنطق رقمي في اطار هذه النظرية ستتحقق قفزة نوعية من حيث الكفاءة ومعالجة مشكلات المعالجات الكلاسيكية والمعلوماتية بشكل عام. لذا ما هو هذا الأساس النظري الذي يمكننا من بناء المكونات الأساسية للكمبيوتر وفقا لميكانيك الكم؟ ولأي مدى يمكن من خلاله تحقيق قفزات نوعية؟

الفصل الأول

ميكانيك الكم

يحتوي هذا الفصل على شرح موجز لنظرية الكم الهدف من خلاله هو التقديم عرض للنظرية والتركيز على الموضوعات التي ستكون مهمة للفصول التالية حيث سنأخذ لمحة تاريخية عن تطور نظرية الكم ثم سنعرض الاعداد الكمية والتي هي مهمة لدراسة الجمل الكمية ثم سنعرض مسلمات نظرية الكم وتطور الجمل الكمية وفقا لمؤثر التطور ومؤثر الكثافة ثم ننطلق لعرض تمثيلات ميكانيك الكم ونختم فصلنا بشرح مفهوم السبين ومصفوفات باولي [1,2,3,4,5].

1. بدايات نظريات الكم

في نهاية القرن التاسع عشر كانت الفيزياء تخضع لنظريات اساسية تتحكم في كل الظواهر الفيزيائية، الميكانيك الكلاسيكي، النظرية الكهرومغناطيسية¹ والديناميك الحراري، بحيث استُخدمت الميكانيكا الكلاسيكية لتوقع ديناميكية الأجسام المادية، أما النظرية الكهرومغناطيسية لماكسويل درست العلاقة بين الكهرباء والمغناطيسية، بالنسبة للتفاعلات بين المادة والإشعاع فقد تم شرحها من خلال **قوة** الديناميكا الحرارية، ان نجاح الفيزياء الكلاسيكية جعل الناس يعتقدون أن الوصف النهائي للطبيعة قد تم تحقيقه وأن جميع الظواهر الفيزيائية المعروفة يمكن تفسيرها ضمن هذا الإطار، ومع بداية القرن العشرين واجهت الفيزياء الكلاسيكية التي اعتبرت مثالية تحديين:

- النظرية النسبية 1905: والتي اظهرت ان ميكانيك نيوتن لا يصلح عند السرعات العالية والمقاربة لسرعة الضوء.
- العالم الميكروسكوبي: بمجرد اكتشاف الظواهر الجديدة المرتبطة بالعالم المجهرى تبين ان الفيزياء الكلاسيكية تفشل في تقديم تفسيرات مناسبة لهذه الظواهر المكتشفة وأصبح من الواضح انها لا تصلح في العالم الميكروسكوبي. بالتالي وجب استدعاء مفاهيم جديدة لوصف البنى الذرية والظواهر المرتبطة بها.

ان فشل الفيزياء الكلاسيكية في تفسير العديد من الظواهر المجهرية، مثل اشعاع الجسم الأسود والتأثير الكهروضوئي واستقرار الذرة وتحليل الطيف الذري، ادى بنا للبحث عن أفكار جديدة، حيث كان التقدم الاول نحو تفسيرات ناجحة عام 1900 عندما قدم ماكس بلانك مفهوم كمات الطاقة، في محاولاته لتفسير ظاهرة الإشعاع الأسود، نجح في توقع النتائج التجريبية فقط بعد افتراض أن تبادل الطاقة بين الإشعاع ومحيطه يحدث بكمات متقطعة أو مكمة وبمضاعفات صحيحة من $h\nu$ ، h ثابت بلانك و ν

¹ نظرية ماكسويل للكهرومغناطيسية قامت بتوحيد فرعين اساسيين في الفيزياء: الكهرباء والمغناطيسية. في عام 1865 قدم جيمس كلارك ماكسويل معادلات تصف الموجات الكهرومغناطيسية، وأظهر أن حقول الكهرباء والمغناطيسية تنتقل عبر الفضاء كموجات بسرعة الضوء .

تردد الموجة الكهرومغناطيسية، وفي عام 1905 في محاولته لفهم التأثير الكهروضوئي تبنى أينشتاين فكرة التكميم متبعًا نهج بلانك فافتراض أن الضوء يتألف من وحدات (كوانتا أو جسيمات صغيرة) ذات طاقة متقطعة تُعرف بالفوتونات تحمل طاقة $h\nu$ ، وقد مكن مفهوم الفوتون هذا أينشتاين من تفسير ظاهرة الفعل الكهروضوئي والتي كانت تنتظر التفسير منذ اكتشافها من قبل هرتز عام 1887.

كانت الخطوة الاخرى من قبل نيلز بور، بعد اكتشاف رذرفورد التجريبي لنواة الذرة في عام 1911، ومزجه بين نموذج رذرفورد الذري ومفهوم بلانك الكمي وفوتونات أينشتاين، قدم بور في عام 1913 نموذج ذرة الهيدروجين، حيث افترض ان الإلكترون يدور حول النواة (بتأثير قوة جذب النواة) في مدار دائري يكون فيه العزم الزاوي L يساوي عدد صحيح من ثابت بلانك، وقدم هذا العمل تفسيرًا مرضيًا لعدة مشكلات بارزة مثل استقرار الذرة والطيف الذري.

في عام 1923 قام كومبتون باكتشاف مهم قدم تأكيدًا للجانب الجسيمي للضوء، فمن خلال تشتت الأشعة السينية مع الإلكترونات أكد أن فوتونات الأشعة السينية تتصرف مثل الجسيمات التي لها كمية حركة تعطى بالعلاقة $\frac{h\nu}{c}$.

كما قدم دي برولي في عام 1923 مفهومًا جديدًا وهو الموجة المرافقة للجلمة، تم تأكيد هذا المفهوم تجريبيًا في عام 1927 من قبل دافيسون وجيرمر حيث بينو أن أنماط التداخل التي تظهرها التجربة والتي هي خاصة للموجات يمكن الحصول عليها مع جسيمات مادية مثل الإلكترونات.

هذه السلسلة من الانجازات التي يعود الفضل فيها إلى بلانك وأينشتاين وبور كومبتون قدمت الأسس النظرية وكذلك التأكيد التجريبي للجانب الجسيمي للموجات، هذا ما دفع هايزنبرغ وشروندجر للبحث عن الأساس النظري الكامن وراء هذه الأفكار الجديدة، وبحلول عام 1925 أثمرت جهودهما فقد نجحا في دمج النتائج التجريبية وفرضيات بور في نظرية متطورة هي ميكانيك الكم والتي توفر توافق دقيق وقدرة تنبؤية عالية بما يتعلق بالظواهر الكمية فسمحت لها ان تكون النموذج الاول المعمول به في العالم الميكروسكوبي.

تاريخيًا، كان هناك صياغتان مستقلتان لميكانيكا الكم، الصياغة الأولى التي تُعرف بالميكانيك المصفوفي، طورها هايزنبرغ 1925 لوصف بنية الذرة انطلاقًا من الخطوط الطيفية الملاحظة، أسس نظريته على فكرة أن قيم الطاقة المسموح بتبادلها بين الجمل الفيزيائية تكون متقطعة (كمات)، ويتمثل المقادير الفيزيائية مثل الطاقة والموقع وكمية الحركة والعزم المداري على شكل مصفوفات، تبين لهايزنبرغ

من خلال ميكانيك الكم المصفوفي مبدأ عدم التعيين الذي ينص على انه لا يمكن قياس الموقع وكمية الحركة في نفس الوقت بنفس الدقة: $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$

الصياغة الثانية تُعرف بميكانيك الكم الموجي، طورها شرودنجر حيث تصف ديناميك الجسيمات المجهرية من خلال معادلة موجية تُعرف بمعادلة شرودنجر، تعطي حلول هذه المعادلة طيف الطاقة ودوال الموجة الذاتية للجملة، وهي كالاتي:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi(r, t) + v(r)\psi(r, t) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(r, t)$$

وفي عام 1927 اقترح ماكس بورن تفسيره الاحتمالي لميكانيك الكم الموجي، فأخذ مربعات القيم المطلقة لدوال الموجة التي هي حلول لمعادلة شرودنجر وفسرها على أنها كثافة احتمال موضعية لتواجد الجسيم في لحظة زمنية t .

تبين أن هاتين الصياغتين المختلفتين ظاهرياً الا ان قياس المقادير الفيزيائية في كليهما يعطي نفس النتائج المرتقبة مما يجعلهما متكافئتين، ثم أقرحت كتابة أكثر بساطة لكلتا الصياغتين باستعمال الكيت والبرا [1].ket & bra

2. الأعداد الكمية والمقادير الفيزيائية

تعتمد الدراسة الجمل الكمية على عملية القياس الممثلة بالمؤثرات الهرميتية والمرفقة بأعداد كمية تعبر عن المقادير الفيزيائية، وبالتالي فهي ضرورية لوصف اي حالة لجملة كمية، في ميكانيك الكم توجد صنفين من الاعداد الكمية، الصنف الأول متعلق بالمتغيرات الزمكانية في فضاء هيلبرت مثل الموضع، كمية الحركة، الهاميلتونيا والعزم المداري، والصنف الثاني متعلق بالتناظرات الداخلية للجسيمات الميكروسكوبية مثل السبين، الشحنة الكهربائية...

عند قياس المقادير الفيزيائية من الصنف الأول فإننا نتعامل مع مقادير ديناميكية وأخرى أساسية تعتمد على اعداد كمية موافقة لكل مقدار فيزيائي.

العدد الكمي الرئيسي n : يعبر عن الحالات الطاقوية او مستويات الطاقة الاساسية الممكنة للجملة الكمية حيث $n \in \mathbb{N}$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) والحالة الأساسية في ذرة الهيدروجين تكون عند $n = 1$ ، تعطى عبارة الطاقة المكتمة كالتالي:

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2}$$

العدد الكمي المداري l : يعبر عن المقدار الفيزيائي الموافق للعزم الحركي، يعطى بالعلاقة التالية:

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar$$

العدد الكمي المغناطيسي m_l : يحدد العدد الكمي المغناطيسي m_l المقدار الفيزيائي الموافق لأسقاط العزم الحركي على اتجاه الحقل المغناطيسي وفق المحور OZ ويعطى بالعلاقة التالية:

$$L_z = m_l \hbar$$

المقادير الفيزيائية الذاتية المتعلقة بالطبيعة الجسيمية تعتمد على اعداد كمية نذكر من بينها:

العدد الكمي للسبين s : السبين هو مقدار فيزيائي ذاتي مستقل عن الزمكان ويسلك نفس سلوك العزم الحركي بالتفاعل مع حقل مغناطيسي ثابت، يعطى المقدار الفيزيائي للسبين بدلالة العدد الكمي s بالعلاقة التالية:

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar$$

العدد الكمي المغناطيسي للسبين m_s : عند الاسقاط على اتجاه الحقل المغناطيسي ثابت نحصل على مقدار فيزيائي يتعلق ب m_s يعطى بالعلاقة التالية:

$$S_z = m_s \hbar$$

3. اساسيات نظرية الكم

1.3. فضاء هيلبرت

تحتاج نظرية الكم كأي نظرية لفضاء تمثيلي يتوافق مع أسس بناء النظرية، فميكانيك الكم يعتمد أساسا على تمثيل حالة الجملة بدوال ذاتية ذات ابعاد لانهائية والتعبير عن المقادير الفيزيائية بمؤثرات هرميتية تؤثر على الدوال الذاتية كتحويلات خطية، اذا فالفضاء الأمثل لهذا التمثيل هو فضاء هيلبرت الخطي اللامتناهي على الحقل المركب \mathbb{C} ، يعتمد فضاء هيلبرت سواء في الدوال الموجية او اشعة الحالة على قاعدة متعامدة ومتجانسة مبنية على الاشعة الذاتية للجملة الفيزيائية المدروسة كقاعدة مشتركة بين كل المؤثرات المتبادلة للجملة، حيث بني ميكانيك الكم على مسلمتين خاصتين بالتمثيل و مسلمتين خاصتين بالقياس و مسلمة بالتطور [2].

2.3. مسلمات نظرية الكم

ميكانيك الكم تقوم على عدة مسلمات. وتمثل الحد الأدنى من الفرضيات اللازمة لتطوير نظرية ميكانيكا الكم. لا يمكن تحديد صحتها بشكل مباشر لهذا يجب اللجوء إلى الحكم عليها من خلال قدرتها على التنبؤ وتفسير النتائج التجريبية من خلال النظرية المبنية على هذه المسلمات فإذا نجحت النظرية ستكون المسلمات صالحة حتى يثبت العكس، كون نظرية الكم تعمل بشكل ممتاز للتنبؤ وتفسير معطيات التجارب المرتبطة بالظواهر الميكروسكوبية، هذا يمثل مبرر تجريبي لصحتها، مسلمات ميكانيك الكم هي خمس مسلمات مسلمات خاصتان بالتمثيل ومسلمتان خاصتان بالقياس ومسلمة خاصة بالتطور الزمني لحالة الجملة [1][3].

✓ المسلمة الأولى:

تمثل الجمل الميكروسكوبية في فضاء هيلبرت لامتناهي الابعاد، تتناسب ابعاد هذا الفضاء مع عدد الحالات الفيزيائية الممكنة للجملة.

✓ المسلمة الثانية:

أي شعاع في فضاء هيلبرت هو دالة حالة للجملة، يخضع الى مبدأ التركيب الخطي نظرا لخطية فضاء هيلبرت، حيث إذا كان λ_1 و λ_2 ينتميان الى مجموعة الاعداد المركبة ψ_1 و ψ_2

$$\psi = \lambda_1\psi_1 + \lambda_2\psi_2$$

لا يمكن التنبؤ بالحالة الذاتية للجملة قبل قياس المقدار الفيزيائي وانما هي تركيب خطي لكل الحالات الممكنة.

✓ المسلمة الثالثة:

كل مقدار فيزيائي يُقابلة مؤثر هرميتي خطي A يسمى ملحوظة، تشكل اشعته الذاتية قاعدة كاملة لفضاء هيلبرت الخاص بالجملة الفيزيائية المدروسة، يؤثر A على شعاع الحالة $|\psi\rangle$ ليحوله إلى شعاع حالة آخر في نفس الفضاء: $A|\psi\rangle = \lambda_i|\psi\rangle$ إذا كان $|\psi\rangle = |\varphi\rangle$ فإن $|\psi\rangle$ هو شعاع ذاتي للملحوظة A ونسمي λ_i القيم الذاتية ل A ، وتمثل طيف المؤثر الهرميتي A وهو حقيقي لأنه يوافق مقادير فيزيائية.

✓ المسلمة الرابعة:

قبل عملية القياس لا يمكن التنبؤ بقيمة المقدار الفيزيائي والذي يشكل احد قيم طيف الملحوظة كما لا يمكن تحديد الحالة الذاتية للجمله فهي تركيب خطي لأشعة القاعدة، عند القياس تحدد قيمة المقدار الفيزيائي من بين كل المقادير الفيزيائية الممكنة للجمله و تنهار حالة الجمله من الحالة المركبة الى الحالة الذاتية الموافقة لعملية القياس، وهو ما يسمى بمبدأ الانهيار.

✓ المسلمة الخامسة:

بعد اجراء القياس وانهيار الحالة المركبة، تتطور الجمله مع الزمن حيث يتعلق تطور الحالة $|\psi_k\rangle$ للجمله بمعادلة شرودنجر التابعة للزمن:

$$(1 - 1) \quad i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi_k(t)\rangle = \hat{H} |\psi_k(t)\rangle$$

حيث \hat{H} هو المؤثر الهاميلتوني الموافق للطاقة الكلية للجمله.

3.3. القيمة المتوقعة

تتميز الميكانيك الكلاسيكي بمبدأ التعيين حيث يمكن التنبؤ بنتائج القياس قبل وبعد الملاحظة وفقا لمبدأ الحتمية، بمعنى أن جميع الكميات القابلة للملاحظة يمكن تحديدها بدقة كبيرة من خلال حل معادلات الحركة المعنية، هذه الحتمية غير موجودة في ميكانيك الكم حيث ان نفس التجربة لا تعطي نفس النتيجة حتما، مما يؤثر على التنبؤ بالمقادير الفيزيائية قبل عملية القياس حيث تخضع النتائج للإحصاء الكمي، تعطى القيمة المرتقبة في ميكانيك الكم:

$$(2 - 1) \quad \langle \hat{A} \rangle = \langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle = \int \psi^*(\vec{r}, t) \hat{A} \psi(\vec{r}_1, t) dv$$

4.3. الكتابات المكافئة لمعادلة شرودنجر

في المسلمة الخامسة المتعلقة بتطور الجمله بعد القياس والتي قلنا انها تتطور وفقا لمعادلة شرودنجر، في الواقع هناك كتابتان مكافئتان لمعادلة شرودنجر حيث يمكن التعبير عن تطور حالة الجمله بمؤثر التطور وكذلك بمصفوفة الكثافة، نستعرض فيما يلي كلا الكتابتين في الجمل المعزولة.

1.4.3. مؤثر التطور لجملة معزولة

لنفترض أن الحالة النقية في اللحظة الابتدائية $|\psi(t_0)\rangle$ [3][1]، كيف تتطور هذه الحالة الى لحظة زمنية $t > t_0$ ، يمكن التعبير على تطور الجملة باستعمال مؤثر واحد يعطينا حالة الجملة في اللحظة t اعتمادا على حالة الجملة في اللحظة الابتدائية:

$$|\psi(t)\rangle = U(t, t_0)|\psi(t_0)\rangle$$

$U(t, t_0)$ هو مؤثر التطور الزمني، والذي يُحدد كيفية تغير الحالة $|\psi(t_0)\rangle$ مع الزمن، بتعويض عبارة $|\psi(t)\rangle$ في معادلة شرودنجر نجد:

$$\frac{\partial U(t, t_0)}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} H \partial t$$

بمكاملة هذه المعادلة التفاضلية، وبما ان الجملة معزولة فان مؤثر هاميلتونيا H لا يعتمد على الزمن. إذا كان لا يعتمد على الزمن يمكننا بسهولة التأكد من أنه بالمكاملة على الطرفين نجد:

$$(3-1) \quad U(t, t_0) = e^{-\frac{i}{\hbar}(t-t_0)H}$$

$$\Rightarrow |\psi(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}H(t-t_0)}|\psi(t_0)\rangle$$

كون مؤثر التطور مؤثر واحد معناه:

$$U(t, t_0)U^\dagger(t, t_0) = U(t, t_0)U^{-1}(t, t_0) = e^{-\frac{i}{\hbar}H(t-t_0)}e^{\frac{i}{\hbar}H(t-t_0)} = \hat{I}$$

$$U^\dagger = U^{-1} \text{ أو:}$$

2.4.3. مصفوفة الكثافة

مؤثر الكثافة هو كتابة مكافئة لمعادلة شرودنجر يصف تطور حالة الجملة مع الزمن، يعرف مؤثر الكثافة على انه مصفوفة اسقاط دالة الحالة $|\psi(t)\rangle$ ويعطى ب:

$$\rho(t) = |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|$$

طيف مصفوفة الكثافة:

$$\rho(t) = \sum_{i,j} C_i C_j^* |i\rangle\langle j|$$

نكتب:

$$(4 - 1) \quad \rho = \sum_m P_m |\psi_m\rangle\langle\psi_m|$$

حيث P_m الاوزان الاحتمالية $0 \leq P_m \leq 1$, $\sum_m P_m = 1$

1.2.4.3. أهم خصائص مصفوفة الكثافة

- القيم المتوقعة: لنضع $|\psi_m\rangle$ جملة ما تحمل القيم المتوقعة للملاحظة A :

$$\langle A \rangle = \sum_m P_m \langle\psi_m|A|\psi_m\rangle$$

$$(5 - 1) \quad \langle A \rangle = \sum_m A_m P_m = \sum_i (A\rho)_m$$

لحساب القيم المتوقعة للملاحظات وهو هدفنا نستعمل:

$$(6 - 1) \quad \langle A \rangle = Tr(\rho A) = Tr(A\rho)$$

- مؤثر الكثافة مؤثر هرميتي: $\rho = \rho^\dagger$

الوزن الاحتمالي P_m عدد حقيقي ومؤثر الاسقاط $|\psi_m\rangle\langle\psi_m|$ مؤثر هرميتي.

- الاثر:

لتكن $\{|\varphi_n\rangle\}$ تعبر عن جملة معينة:

$$Tr(\rho) = \sum_n \langle\varphi_n|\rho|\varphi_n\rangle$$

$$Tr(\rho) = \sum_n \langle\varphi_n|\psi_m\rangle\langle\psi_m|\varphi_n\rangle P_m$$

$$Tr(\rho) = \sum_m P_m \langle\psi_m| \left(\sum_n |\varphi_n\rangle\langle\varphi_n| \right) |\psi_m\rangle$$

$$\left(\sum_n |\varphi_n\rangle\langle\varphi_n| = 1 \right)$$

ومنه:

$$Tr(\rho) = \sum_m p_m \langle\psi_m|\psi_m\rangle = 1$$

4. التمثيلات في ميكانيك الكم (الصور)

هناك العديد من تمثيل الديناميكيات في ميكانيكا الكم تختلف عن بعضها من حيث الطريقة التي تتعامل بها مع تطور الجملة خلال الزمن، في حين انها متصلة عن طريق التحويلات الواحدية.

1.4. تمثيل شرودنجر

في تمثيل شرودنجر [1][3] تتعلق دوال الحالة صراحةً بالزمن [معادلة شرودنجر (1-1)]، ان الملحوظات وفقا لتمثيل شرودنجر متعلقة صراحةً بالزمن عند وجود تفاعل (أي في الجمل المفتوحة) ولدينا معادلة التطور للملاحظة كالاتي:

$$\frac{d}{dt} \langle A(t)_S \rangle = \frac{d}{dt} \langle \psi(t) | A(t)_S | \psi(t) \rangle$$

$$\frac{d}{dt} \langle A(t)_S \rangle = \frac{d}{dt} [\langle \psi(t) | A(t)_S | \psi(t) \rangle] + \langle \psi(t) | A(t)_S \frac{d}{dt} [| \psi(t) \rangle] + \langle \psi(t) | \frac{\partial}{\partial t} [A(t)_S] | \psi(t) \rangle$$

لدينا من معادلة شرودنجر السابقة:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} | \psi(t) \rangle &= H | \psi(t) \rangle \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} | \psi(t) \rangle &= -\frac{i}{\hbar} H | \psi(t) \rangle \\ -i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \langle \psi(t) | &= H \langle \psi(t) | \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \langle \psi(t) | &= \frac{i}{\hbar} H \langle \psi(t) | \end{aligned}$$

ومنه يصبح لدينا:

$$\frac{d}{dt} \langle A(t)_S \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle \psi(t) | A(t)_S | \psi(t) \rangle - \frac{i}{\hbar} \langle \psi(t) | A(t)_S (t) H | \psi(t) \rangle + \langle \psi(t) | \frac{\partial}{\partial t} A(t)_S | \psi(t) \rangle$$

$$\frac{d}{dt}\langle A(t)_S \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle \psi(t) | (HA(t) - \hat{A}_S(t)H) | \psi(t) \rangle + \langle \psi(t) | \frac{\partial}{\partial t} (A(t)_S) | \psi(t) \rangle$$

$$\frac{d}{dt}\langle A(t)_S \rangle = \frac{i}{\hbar} (HA(t) - A(t)_S H) + \langle \psi(t) | \frac{\partial}{\partial t} (A(t)_S) | \psi(t) \rangle$$

تكون الملحوظة مستقلة عن الزمن في حالة جملة معزولة وبالتالي تصبح العلاقة:

$$\frac{d}{dt}\langle A(t)_S \rangle = \frac{i}{\hbar} (HA - AH) = \frac{i}{\hbar} [H, \hat{A}_S]$$

إذا كان الهاميلتونيا والملحوظة متبادلين فيما بينهما تصبح العلاقة كالتالي:

$$\frac{d}{dt}\langle \hat{A}_S \rangle = 0$$

2.4. تمثيل هايزنبرغ

في هذا التمثيل شعاع الحالة لا يعتمد على الزمن [2][3][7]، ويتم الحصول على تمثيل هايزنبرغ من تمثيل شرودنجر عن طريق تطبيق U على $|\psi(t)\rangle$:

$$|\psi\rangle_H = U^\dagger(t, t_0) |\psi(t)\rangle_S = |\psi(t_0)\rangle_S$$

عن اللحظة الابتدائية $t_0 = 0$ يصبح $U^\dagger(t) = U^\dagger(t, t_0 = 0)$ يعني انه يمكننا ان نكتب مايلي

$$U^\dagger(t) = e^{itH/\hbar}$$

$$|\psi\rangle_H = |\psi(0)\rangle_S \text{ و}$$

ومنه:

$$|\psi\rangle_H = e^{iHt/\hbar} |\psi(t)\rangle$$

لدينا $|\psi\rangle_H$ ثابتة في الزمن اي $\frac{d|\psi\rangle_H}{dt} = 0$ لنرى كيف تتطور القيمة المتوقعة للمؤثر A في الحالة $|\psi(t)\rangle$:

$$\langle \psi(t) | A_S | \psi(t) \rangle_S = \langle \psi(0) | e^{itH/\hbar} A_S e^{-itH/\hbar} | \psi(0) \rangle_S$$

$$\langle \psi(t) | A_S | \psi(t) \rangle_S = \langle \psi(0) | U^\dagger(t, 0) A_S U(t, 0) | \psi(0) \rangle_S = \langle \psi | A(t)_H | \psi \rangle_H$$

$$A(t)_H = U^\dagger(t, 0) A_S U(t, 0)$$

تظهر لنا في هذه المعادلة ان القيمة المتوقعة لمؤثر ما تكون هي نفسها في كل من تمثيل شرودنجر هايزنبرغ ونرى ان كل من التمثيلين يتطابق عند اللحظة $t = 0$ حيث انه: $|\psi(0)\rangle_S = |\psi(0)\rangle_H$ و $A(0)_H = A_S$

معادلة هايزنبرغ لتطور الجمل: تعطي تطور المؤثرات خلال الزمن ضمن تمثيل هايزنبرغ.

$$\frac{dA(t)_H}{dt} = \frac{d}{dt} \left(U^\dagger(t, 0) A_S U(t, 0) \right) = \frac{dU^\dagger}{dt} A_S U + U^\dagger A_S \frac{dU}{dt} + U^\dagger(t, 0) \frac{d}{dt} (A_S) U(t, 0)$$

انطلاقا من معادلة شرودنجر نجد عبارة كل من $\frac{dU^\dagger}{dt}$ و $\frac{dU}{dt}$ تصبح المعادلة:

$$\frac{dA(t)_H}{dt} = \frac{d}{dt} \left(U^\dagger(t, 0) A_S U(t, 0) \right) = \frac{i}{\hbar} H U^\dagger A_S U + U^\dagger A_S \left(-\frac{i}{\hbar} H \right) U$$

$$\frac{dA(t)_H}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H U^\dagger A_S U - U^\dagger A_S U H]$$

$$\frac{dA(t)_H}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H A(t)_H - A(t)_H H]$$

$$\frac{dA(t)_H}{dt} = \frac{i}{\hbar} [H, A_H]$$

2.4. تمثيل التفاعل

هناك تمثيل آخر لديناميك الجمل الكمية، تتعلق فيه الحالات والمؤثرات بالزمن، يُطلق عليه تمثيل التفاعل [3].

تحليل المؤثر الهاميلتوني للجمل المتفاعلة:

$$(7-1) \quad H(t) = H_0 + H_I$$

H_0 مؤثر الهاميلتونيا للجمل قبل التفاعل.

H_I يعتمد على الزمن بشكل صريح ويشمل التفاعلات.

قلنا ان $U(t, t_0)$ هو مؤثر التطور للجمل الكلية :

$$(8-1) \quad U(t, t_0) = T_\leftarrow \exp \left(-i \int_{t_0}^t H(s) ds \right)$$

بتعويض عبارة تحليل الهاميلتونيا السابقة (7-1) نجد:

$$U(t, t_0) = e^{-i \int_{t_0}^t (H_0 + H_I(s)) ds}$$

$$U(t, t_0) = e^{-i \int_{t_0}^t H_0 ds} \cdot e^{-i \int_{t_0}^t H_I(s) ds}$$

$$U(t, t_0) = e^{-i H_0 (t-t_0)} \cdot e^{-i \int_{t_0}^t H_I(s) ds}$$

ومنه:

$$U(t, t_0) = U_0(t, t_0) U_I(t, t_0)$$

$$U_0^\dagger(t, t_0) U(t, t_0) = U_0^\dagger(t, t_0) U_0(t, t_0) U_I(t, t_0)$$

$$U_I(t, t_0) = U_0^\dagger(t, t_0) U(t, t_0)$$

لدينا:

$$\rho(t) = U(t, t_0) \rho(t_0) U^\dagger(t, t_0)$$

لتكن ρ_I مؤثر الكثافة في صورة التفاعل ويعطى:

$$\rho_I(t) = U_I(t, t_0) \rho(t_0) U_I^\dagger(t, t_0)$$

$$A_I(t) = U_0(t, t_0)^\dagger A(t) U_0(t, t_0) \text{ : المؤثر } A \text{ يعطى}$$

ومنه يمكن الحصول على عبارة القيمة المتوقعة:

$$\langle A(t) \rangle = tr\{A(t) U(t, t_0) \rho(t_0) U^\dagger(t, t_0)\}$$

$$\langle A(t) \rangle = tr\{U^\dagger(t, t_0) A(t_0) U(t, t_0) \rho(t_0) [U_0(t, t_0) U_I(t, t_0)]^\dagger\}$$

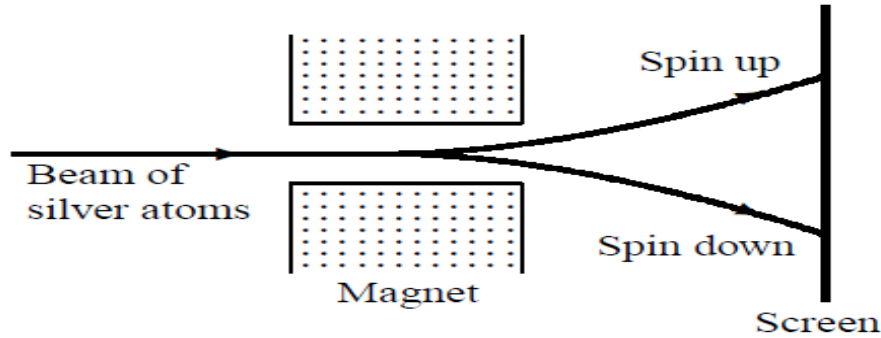
$$\langle A(t) \rangle = tr\{A(t) U_0(t, t_0) U_I(t, t_0) \rho(t_0) U_I^\dagger(t, t_0) U_0^\dagger(t, t_0)\}$$

$$\langle A(t) \rangle = tr\{U_0(t, t_0)^\dagger A(t) U_0(t, t_0) U_I(t, t_0) \rho(t_0) U_I^\dagger(t, t_0)\}$$

$$\langle A(t) \rangle = tr\{A_I(t) \rho_I(t)\}$$

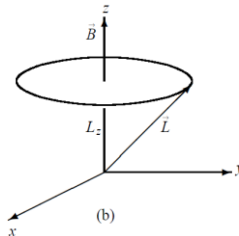
5. السبين ومصفوفات باولي

1.5. سبين الالكترون



شكل (1.1): تجربة ستيرن-جيرلاخ: عندما يمر شعاع من ذرات الفضة خلال مجال مغناطيسي غير متجانس ينقسم إلى مكونين متميزين يتوافقان مع السبين للأعلى وللأسفل [1]

عندما يتم وضع الإلكترون في مجال مغناطيسي \vec{B} غير متجانسًا [1][2]، يتم تطبيق قوة على العزم ثنائي القطب للإلكترون حيث يعتمد اتجاه وطويلة هذه القوة على اتجاه المجال والقطب، تميل هذه القوة إلى توجيهه μ_s على طول \vec{B} ، مما ينتج حركة دورانية ل μ_s حول \vec{B} موضحة في الشكل 2:



شكل (2.1): تأثير مجال مغناطيسي \vec{B} على العزم ثنائي القطب للإلكترون [1]

على سبيل المثال، إذا كانت μ_s موازية ل \vec{B} ، فإن الإلكترون سيتحرك في الاتجاه الذي يتزايد فيه المجال، وعلى العكس إذا كانت μ_s معاكسة ل \vec{B} ، فإن الإلكترون سيتحرك في الاتجاه الذي يتناقص فيه المجال، بالنسبة للذرات المشابهة للهيدروجين (مثل الفضة) التي تكون في الحالة الأساسية ستكون لديها عزم ثنائي قطبي يعود بالكامل إلى سبين الإلكترون اي سينحرف الشعاع الذري وفقاً لاتجاه سبين الإلكترون وينقسم الى جزئين ويجب أن يكون لدوران الإلكترون اتجاهين ممكنين بالنسبة للمجال المغناطيسي إما موازي أو معاكس.

الفصل الاول: ميكانيك الكم

بالمقارنة مع الزخم الزاوي المداري للجسيم المميز بعددين كميين هما العدد المداري l والعدد الزاوي m_l حيث $(m_l = -l, -l + 1, \dots, l - 1, l)$ كذلك يتميز الزخم الزاوي للسبين ايضا بعددين كميين وهما السبين s وإسقاطه m_s على المحور z (اتجاه المجال المغناطيسي)، حيث:

$(m_s = -s, -s + 1, \dots, s - 1, s)$ ، نظرًا لأننا لاحظنا فقط مركبين في تجربة ستيرن-جيرلاخ إذا يجب أن يكون لدينا $2s + 1 = 2$ وبالتالي يجب أن تكون الأعداد الكمية للإلكترون $s = \frac{1}{2}$ و $m_s = \pm \frac{1}{2}$

النظرية العامة للسبين: نظرية السبين تعرف انطلاقًا من النظرية العامة للزخم الزاوي حيث ان السبين يمثل بمؤثر متجهي \vec{S} ذو مركبات: S_x, S_y, S_z لها العلاقات التبديلية التالية

$$[\hat{S}_x, \hat{S}_z] = i\hbar\hat{S}_y \quad [\hat{S}_y, \hat{S}_z] = i\hbar\hat{S}_x \quad [\hat{S}_x, \hat{S}_y] = i\hbar\hat{S}_z$$

بالإضافة الى ان \vec{S}^2 و \hat{S}_z يعطيان من الشكل:

$$\hat{S}_z |s, m_s\rangle = \hbar m_s |s, m_s\rangle \quad \vec{S}^2 |s, m_s\rangle = \hbar^2 s(s + 1) |s, m_s\rangle$$

$$S_{\pm} |s, m_s\rangle = \hbar \sqrt{s(s + 1) - m_s(m_s \pm 1)} |s, m_s \pm 1\rangle$$

حيث $S_+ = S_x + iS_y$ و $S_- = S_x - iS_y$ ومنه بالجمع بين العبارتين نجد S_x وبالطرح نجد S_y كما يلي:

$$S_y = \frac{S_+ - S_-}{2i} \quad \text{و} \quad S_x = \frac{S_+ + S_-}{2}$$

$$\langle s_x^2 \rangle = \langle s_y^2 \rangle = \frac{1}{2} (\langle s^2 \rangle - \langle s_z^2 \rangle) = \frac{\hbar^2}{2} (s(s + 1) - m_s^2)$$

ونعرف $\langle A \rangle$ من خلال: $\langle A \rangle = \langle S, m_s | A | S, m_s \rangle$

حالات السبين في وضعية التعامد orthonormal والقواعد التامة complet basis:

$$\langle S', m'_s | S, m_s \rangle = \delta_{s',s} \delta_{m'_s, m_s}$$

$$\sum_{m_s=-s}^s |S, m_s\rangle \langle S, m_s| = I$$

حيث I مصفوفة وحدة unit matrix

2.5. مصفوفات باولي

الجسيمات ذات السبين $s = \frac{1}{2}$ العدد الكمي m_s ياخذ قيمتين فقط هما $1/2$ و $-1/2$ اي ان هذا الجسم يمكن ان يوجد في حالتين فقط هما: $|S, m_s\rangle = |\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$ و $|S, m_s\rangle = |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ والقيم الذاتية للمؤثر \vec{S}^2 [8] تعطى:

$$s^2 |\frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}\rangle = \frac{3}{4} \hbar^2 |\frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}\rangle$$

$$S_z = \pm \frac{\hbar}{2} |\frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}\rangle$$

اسقاط \vec{S} على المحور Z يعطي لنا قيمتين فقط هما $\pm \hbar/2$ يعبران عن سبين اعلى وسبين اسفل، لندرس الان المصفوفة الممثلة للسبين $s = 1/2$ باستخدام العلاقة:

$$\langle S', m'_s | S^2 | S, m_s \rangle = \hbar^2 S(S+1) \delta_{s',s} \delta_{m'_s, m_s}$$

والعلاقة:

$$\langle S', m'_s | S_z | S, m_s \rangle = \hbar m_s \delta_{s',s} \delta_{m'_s, m_s}$$

باستخدام هتين العلاقتين نقوم بتمثيل S_z و S^2 مع القواعد $|S, m_s\rangle$:

$$\langle S^2 \rangle = \begin{pmatrix} \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} | S^2 | \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle & \langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} | S^2 | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle \\ \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} | S^2 | \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \rangle & \langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} | S^2 | \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \rangle \end{pmatrix} = \frac{3}{4} \hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$S_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ويمكننا ايجاد مصفوفات كل من S_+ و S_- انطلاقا من العلاقة:

$$\langle S', m'_s | S_{\pm} | S, m_s \rangle = \hbar \sqrt{s(s+1) - m_s(m_s \pm 1)} \delta_{s',s} \delta_{m'_s, m_s}$$

ومنه نجد: $s_+ = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ و $s_- = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ وبما انه عرفنا مسبقا قيمة كل من S_x و S_y حيث $S_x = \frac{s_+ + s_-}{2}$ و $S_y = \frac{s_+ - s_-}{2i}$ بالتعويض في عبارة S_+ و S_- :

$$S_x = -\frac{\hbar}{2} \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$s_y = \frac{\hbar}{2i} \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{\hbar}{2i} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

يتم التعبير عن الاشعة الذاتية ل S^2 و S_z بمصفوفات عمود واحد تتكون من عنصرين (1×2) تعرف بالسبينورات:

$$\left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

من السهل التحقق من ان هذه الاشعة الذاتية تشكل قواعد تامة ومتعامدة:

$$\sum_{m_s=-1/2}^{1/2} \left| \frac{1}{2}, m_s \right\rangle \langle \frac{1}{2}, m_s | = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} (0 \ 1) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1 \ 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

وتعامدها يمكن ايضاحه من خلال:

$$\left\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \middle| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle = (1 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$$

$$\left\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \middle| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = (0 \ 1) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 1$$

$$\left\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \middle| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = (1 \ 0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0$$

مصفوفات باولي: عندما يكون $s = \frac{1}{2}$ من المناسب تقديم مصفوفات باولي $\delta_x, \delta_y, \delta_z$ والتي ترتبط بمتجه السبين: $\hat{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\delta}$ ومنه يصبح لدينا:

$$\delta_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \delta_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \delta_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

في هذا الفصل قدمنا أساسيات نظرية الكم والمفاهيم الأساسية للعالم الميكروسكوبي والتي سنبنينا عليها الفهم الدقيق لنظرية المعلومات الكمية وكيفية بناء حوسبة كمية كون هذه الأخيرة تعتمد أساساً على قوانين ميكانيك الكم وتسفيد من خصائصها المميزة.

الفصل الثاني

المعلومات الكلاسيكية

في هذا الفصل سنأخذ لمحة عامة حول المعلوماتية الكلاسيكية حيث سنتعرف على آلة تورينغ وطريقة عملها وعناصرها، ومدخل عام حول الخوارزميات، كما نذكر مفهوم البت والمنطق الرقمي، وكذلك بعض القوانين الأساسية للجبر البولي وبديهياته كما تطرقنا أيضا لشرح بعض البوابات المنطقية الكلاسيكية، من أجل دراسة معمقة انظر [31][33].

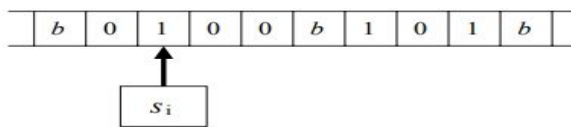
1. آلة تورينغ

1.1. تعريف آلة تورينغ

صممت آلة تورينغ من طرف الرياضي آلان تورينغ عام 1930 حيث وفرت لنا تصور رياضي لمفهوم الخوارزمية، مكوناتها الأساسية هي الذاكرة، وحدة التحكم ووحدة القراءة والكتابة [31] الموضحة في الشكل 1.

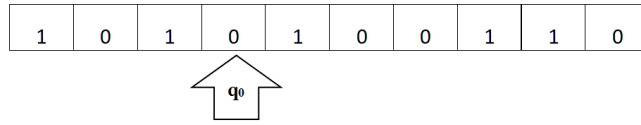
تحتوي آلة تورينغ على العناصر الثلاثة الرئيسية التالية:

1. شريط غير محدود ومقسم إلى عدة خلايا كل خلية تحتوي فقط على حرف واحد من الأبجدية $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ أو تكون فارغة، مع العلم انه باستثناء عدد محدود من الخلايا جميع الخلايا الأخرى فارغة.
2. وحدة تحكم لديها عدد محدود من الحالات $\{S_1, S_2, \dots, S_n, H\}$ حيث H هو حالة خاصة تعرف بحالة التوقف، إذا كانت حالة وحدة التحكم عند H فإن الحساب يتوقف.
3. رأس للقراءة والكتابة الذي يعالج خلية واحدة من الشريط، يقرأ أو يكتب أو يمسح الحرف في هذه الخلية بعد ذلك يتحرك الرأس خلية واحدة إلى اليسار أو اليمين:



الشكل (1.2): وحدة التحكم في آلة تورينغ

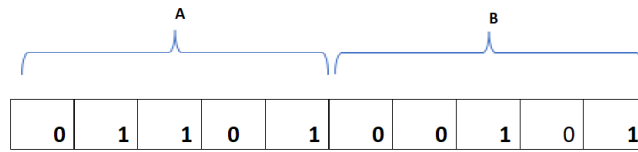
كان الاهتمام الرئيسي لمهندسي الكمبيوتر الأوائل مثل تورينغ هو ما إذا كانت بعض المهام الرياضية قابلة للتمثيل الحسابي؟ للإجابة على هذا التساؤل، ابتكر عالم الرياضيات تورينغ آلة تستخدم شريطا طويلا لا نهائي من اليمين إلى اليسار، يتكون من سلسلة من الخلايا مع رموز مكتوبة عليه للتخزين تسمى مدخلات ومخرجات العمليات الحسابية، كما انها تحتوي على مؤشر يتحرك إلى اليسار أو اليمين، يمكنه قراءة الرموز على الخلايا واتخاذ القرارات بشأن ما يجب فعله بناءً على محتويات الخلية وحالتها، حالة الخلية هي البرنامج الذي يخبر الآلة بالمهام التي يجب ان تؤديها، كل آلة تورينغ ويجب ان يكون لها حالة ابتدائية q_0 :



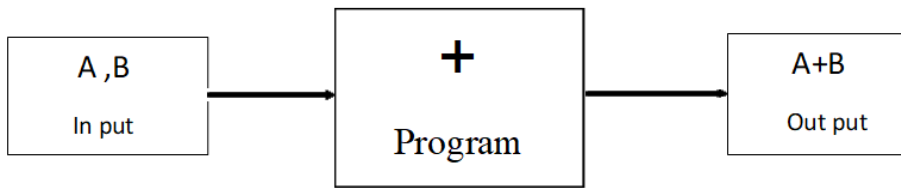
الشكل (2.2): شريط القراءة على آلة تورينغ

2.1. العمليات الحسابية في آلة تورينغ

لننظر الى آلة تورينغ على المستوى أكثر تجريدا لنفرض ان لديك شريط:



يحتوي على القيمتين **A** و **B** مخزنتين عليه يمكننا بناء آلة تورينغ التي من شأنها اجراء عملية الجمع ونحتاج ببساطة الى انشاء آلة تورينغ تعمل بحالة يمكننا من خلالها تمثيل هذا النوع من النظام



شكل (3.2): مخطط لعملية جمع على مدخلين بآلة تورينغ

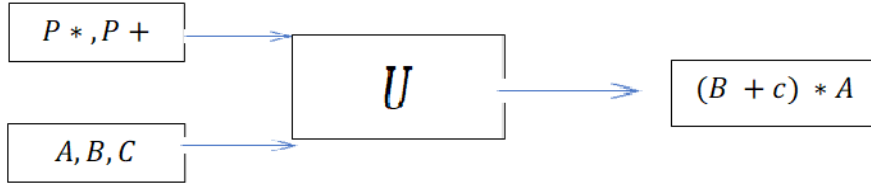
يمكننا من الناحية النظرية تمثيل آلة لأجراء اي حساب قانوني مثل الضرب بشكل عام نقول ان آلة تورينغ تحتوي على مدخلات ومخرجات وبرنامج يصف سلوكها.

المشكلة مع هذه الانواع من الات تورينغ هي انها تقوم بعملية واحدة لذلك نحتاج الى بناء آلة جديدة في كل عملية جديدة نريد تنفيذها وكما نعلم أن انشاء الآلات أعلى بكثير من كتابة البرامج ولحل هذه المشكلة اخترع تورينغ آلة تورينغ المعممة.

3.1. آلة تورينغ المعممة

في هذا النموذج ادخل التفاعل بين المستخدم الخارجي والآلة، فأصبح من الممكن للمستخدم برمجة (**P**) العمليات المرغوب فيها. تحتوي هذه الآلة على الوحدة الاساسية التي يمكن برمجتها (جمع،

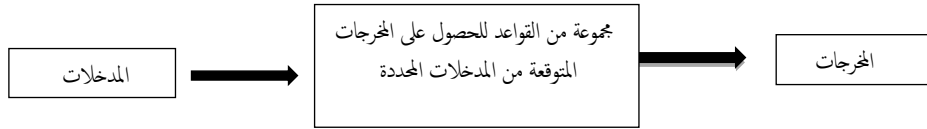
ضرب...)، الأهم من ذلك هو أنه يمكننا إدخال سلسلة من البرامج لأجراء مجموعة من العمليات على البيانات المخزنة على الشريط، يمكننا إجراء عملية الجمع والضرب معاً، على سبيل المثال:



الشكل (4.2): مخطط مجموعة من العمليات على آلة تورينغ المعممة

2. الخوارزمية الكلاسيكية

هي مجموعة من العمليات المنطقية المرتبة لحل مشكلة رياضية، الشكل العام للخوارزمية:



شكل (5.2): رسم تخطيطي يوضح بنية الخوارزمية

3. المنطق الرقمي

في تمثيل المعلومات تعتمد المعالجات على رقمين $\{0, 1\}$ ويسمى البت، أصغر وحدة قياس للمعلومات يستخدم لإدخال المعلومات في الحواسيب والاتصالات الرقمية...، حيث يعبر عن البت بقيمة واحدة، إما 0 أو 1 وتتكون كل آلة من مجموعة من الدارات الإلكترونية. كل داراة توفر عملية منطقية على البتات (الإضافة، الضرب...)، يمكن تمثيل البت فزيائياً من خلال التعبير عن مرور التيار الكهربائي بـ 1 وعدم مرور التيار بـ 0.

1.3. الجبر البولي

استخدم كلود شانون الجبر البولي كإطار رياضي نمذج من خلاله الدارات الإلكترونية، حيث يحتوي هذا النموذج الرياضي على كل القواعد التي تصف العمليات التي تقوم بها هذه الدارات والتي تتم بالقيمتين 0 و1، أي أننا نستخدم الجبر البولي لدراسة الانظمة المكونة من حالتين متباينتين ولا يمكن أن تكون حالة

الفصل الثاني: المعلومات الكلاسيكية

النظام في الحالتين معا، هناك ثلاث عمليات ثنائية أساسية تمثل البوابات المنطقية وهي NOT, OR, AND.

يوصف القانون التبادلي للجبر البولي بمعادلتين، الاولى للجمع والاخرى للضرب:

1. معادلة الجمع هي:

$$A + B = B + A$$

2. معادلة الضرب هي:

$$A \times B = B \times A$$

توضح هذه المعادلات أن ترتيب المتغيرات لا يؤثر على نتيجة العملية البولية.

القوانين التجميعية للجبر البولي:

1. القانون التجميعي للجمع:

$$A + (B + C) = (A + B) + C$$

2. القانون التجميعي للضرب:

$$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$$

القوانين التوزيعية للجبر البولي

● القانون التوزيعي للجمع على الضرب :

$$A \times (B + C) = (A \times B) + (A \times C)$$

● القانون التوزيعي للضرب على الجمع:

$$A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$$

بعض القوانين الاساسية للجبر البولي:

قوانين الهوية:

$$A + 0 = A$$

$$A \times 1 = A$$

قوانين الصفر والواحد:

$$A + \bar{A} = 1$$

$$A \times \bar{A} = 0$$

قوانين الهوية المزدوجة:

$$A + A = A$$

$$A \times A = A$$

قوانين الهوية المتممة:

$$\overline{(A + B)} = \bar{A} \times \bar{B} \quad \text{و} \quad \overline{A \times B} = \bar{A} + \bar{B} \quad \text{و} \quad \overline{(\bar{A})} = A$$

4. البوابات المنطقية الكلاسيكية

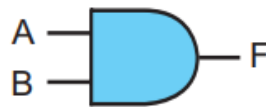
1.4. بوابة (و-AND)

بوابة AND لها مخرج واحد ومدخلان أو أكثر، حيث تقوم هذه البوابة بعملية الضرب المنطقي،

تعطي قيمة واحد عندما تكون جميع المدخلات مساوية للواحد ويمكن تمثيلها بالعلاقة التالية [33]:

$$F = A \times B$$

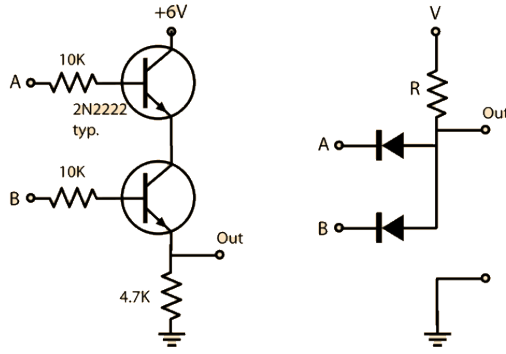
ويرمز لها:



ويمكن تمثيلها بجدول الحقيقة التالي:

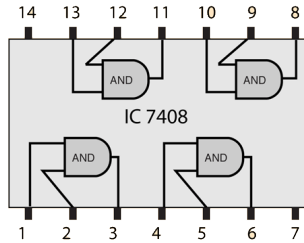
المدخلات		المخرجات
A	B	$F = A \times B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

تمثيل البوابة «و» AND بواسطة الثنائيات والترانزستورات كما في الشكل التالي



الشكل (6.2): تمثيل البوابة AND بواسطة الترانزستورات [40]

حيث يتم صنع هذه البوابة في رقاقات الدارة المتكاملة مثل 7408 التي بها أربع بوابات ذات مدخلين كما في الشكل التالي



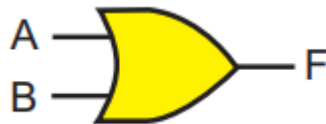
الشكل (7.2): البوابة AND في رقاقة دارة الدارة المتكاملة 7408 [40]

2.4. بوابة (أو) (OR)

بوابة (OR) لها مدخلان أو أكثر ومخرج واحد، وتستخدم هذه البوابة رمز عملية الجمع في اقترانها، نمثلها بالعلاقة التالية:

$$F = A + B$$

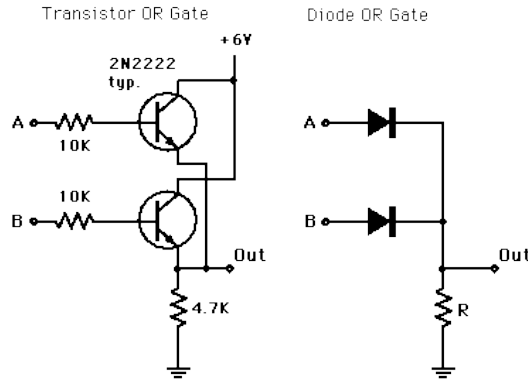
ويرمز لها:



ويمكن تمثيلها بجدول الحقيقة التالي:

المدخلات		المخرجات
A	B	$F = A + B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

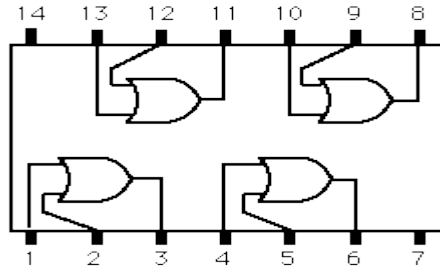
يمكن تمثيل بوابة «أو» OR باستخدام الترانزستورات كما في الشكل (8.2)



الشكل (8.2): تمثيل البوابة OR باستخدام الترانزستورات

حيث يتم صنع هذه البوابة في رقائق الدارة المتكاملة مثل 7432 التي بها أربع بوابات ذات مدخلين كما يوضح

الشكل 11



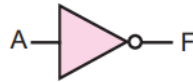
شكل (9.2): البوابة OR في رقائق الدارة المتكاملة 7432

3.4. بوابة (لا- NOT)

تختلف بوابة NOT عن البوابتين OR وAND بأنها تحتاج إلى مدخل واحد لتعطي النتيجة، حيث هذه البوابة تعكس النتيجة، لذا تسمى بالعاكس أو المتممة، بحيث تكون النتيجة 1 عندما يكون المدخل صفراً وتكون النتيجة 0 عندما يكون المدخل 1، نمثلها بالعلاقة التالية:

$$F = \bar{A}$$

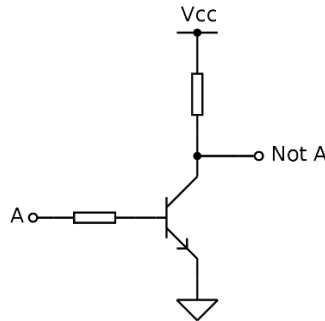
ويرمز لها:



ويمكن تمثيلها بجدول الصواب التالي:

المدخلات	المخرجات
A	$F = \bar{A}$
0	1
1	0

ويمكن تمثيل هذه البوابة باستخدام الترانزستور كما في الشكل 12



الشكل (10.2): تمثيل البوابة NOT باستخدام الترانزستورات [41]

في هذا الفصل تناولنا اهم مفاهيم المعلومات الكلاسيكية والتي سنبنني عليها وفق لقوانين ميكانيك الكم حوسبة ومعلوماتية جديدة تعتمد على الكيوبت كأساس لها.

الفصل الثالث

الجملة الكميّة المفتوحة

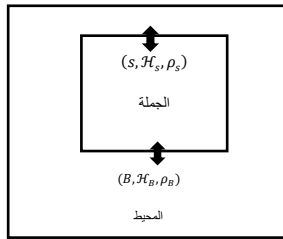
بدراسة جملة كمية معزولة، الهاميلتونيا غير متعلق بالزمن كون الطاقة ثابتة، لكن بالتعامل مع جملة مفتوحة تتفاعل مع جملة اخرى يظهر لنا تعقيد كبير جدا في حل معادلة شرودنجر التي يكون، في هذه الحالة، الهاميلتونيا متعلق بالزمن، لذا نحتاج في دراسة مثل هذه الجمل معادلات اكثر بساطة، ومنه نقدم في هذا الفصل ديناميك الجمل المفتوحة ومن ثمة نتناول ظاهرة التشابك التي تظهر عند التفاعل بين هذه الجمل الكمية والمفاهيم المرتبطة بها، ثم نقدم مفهوم فك الترابط، هذه المفاهيم التي نقدم في هذه الفصل تعتبر الأساس النظري التي نبني عليه نظرية المعلومات الكمية والحوسبة الكمية.

1. ديناميك الجمل الكمية المفتوحة:

الجملة الكمية المفتوحة، [9] [10] هي جملة S مرتبطة بجملة كمية أخرى B تسمى المحيط، ومنه فهي جملة فرعية من الجملة الكلية $\{S + B\}$ حيث تكون معزولة، تتغير حالة الجملة S نتيجة التفاعل مع المحيط B ، نرسم \mathcal{H}_S إلى الفضاء الهيلبرتي للجملة S و \mathcal{H}_B إلى الفضاء الهيلبرتي للمحيط، يتم تقديم الفضاء الهيلبرتي للجملة الكلية $S + B$ بواسطة فضاء الضرب التتسوري $\mathcal{H}_{SB} = \mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_B$ ويكون الهاميلتونيا الإجمالي $H_{SB}(t)$ على النحو التالي:

$$(1 - 3) \quad H_{SB}(t) = H_S \otimes I_B + I_S \otimes H_B + H_I(t)$$

- H_S هو هاميلتونيا الجملة S
- H_B هو هاميلتونيا المحيط
- $H_I(t)$ هو هاميلتونيا يصف التفاعل بين الجملة والمحيط، والذي يتعلق بالزمن.



$$(S + B, \mathcal{H}_S \otimes \mathcal{H}_B, \rho)$$

شكل (1.3): مخطط جملة كمية تتفاعل مع المحيط

تكون الملحوظات المتعلقة ب S على شكل $A \otimes I_B$ حيث A مؤثر في الفضاء الهيلبرتي \mathcal{H}_S ، إذا كانت حالة الجملة الكمية موصوفة بمصفوفة الكثافة ρ فإن القيم المتوقعة لجميع الملحوظات التي تؤثر في الفضاء الهيلبرتي للنظام المفتوح تعطى من خلال:

$$\langle A \rangle = Tr_S \{A\rho_S\}$$

حيث ان $\rho_S = Tr_B \rho$

نحصل على مصفوفة الكثافة المختزلة $\rho_S(t)$ من مصفوفة الكثافة الكلية $\rho(t)$ للجمل الكلية بأخذ الأثر على قاعدة المحيط وبما ان مصفوفة الكثافة الكلية تتطور بشكل واحد ولدينا:

$$(2-3) \quad \rho_S(t) = Tr_B \{U(t, t_0) \rho(t_0) U^\dagger(t, t_0)\}$$

$$\begin{array}{ccc} \rho(0) = \rho_S(0) \otimes \rho_B & \xrightarrow{\text{unitary evolution}} & \rho(t) = U(t, 0) [\rho_S(0) \otimes \rho_B] U^\dagger(t, 0) \\ \text{tr}_B \downarrow & & \downarrow \text{tr}_B \\ \rho_S(0) & \xrightarrow{\text{dynamical map}} & \rho_S(t) = V(t) \rho_S(0) \end{array}$$

شكل (2.3): الخريطة الديناميكية لتطور جملة مفتوحة

نصف دالة الحالة للجمل الكلية قبل التفاعل بالجداء التنسوري لدالة الحالة للجمل S ودالة الحالة للجمل B :

$$|\psi_{SB}\rangle = |\psi_S\rangle \otimes |\psi_B\rangle = |i\rangle_A \otimes |j\rangle_B$$

لدينا مصفوفة الكثافة الاجمالية عند اللحظة الابتدائية:

$$\begin{aligned} \rho_{SB}(0) &= |\psi_{SB}\rangle \langle \psi_{SB}| = |0_{i_S}\rangle \otimes |0_{i_B}\rangle \langle 0_{i_S}| \otimes \langle 0_{i_B}| = |0_{i_S}\rangle \langle 0_{i_S}| \otimes |0_{i_B}\rangle \langle 0_{i_B}| \\ \rho_{SB}(0) &= \rho_S(0) \otimes |0_{i_B}\rangle \langle 0_{i_B}| \end{aligned}$$

في اللحظة الابتدائية لا يوجد تفاعل ومنه بأخذ الاثر على قاعدة المحيط نجد:

$$Tr_B (\rho_{SB}(0)) = Tr_B (\rho_S(0) \otimes |0_{i_B}\rangle \langle 0_{i_B}|)$$

بما ان: $Tr_B (\rho_S(0)) = \rho_S(0)$ اي:

$$\begin{aligned} Tr_B (\rho_{SB}(0)) &= \rho_S(0) \otimes Tr_B |0_{i_B}\rangle \langle 0_{i_B}| \\ &= \rho_S(0) \otimes \sum_k \langle k_B | 0_{i_B}\rangle \langle 0_{i_B} | k_B\rangle \\ Tr_B (\rho_{SB}(0)) &= \rho_S(0) \otimes I_B \end{aligned}$$

بترابط الجملتين فالجملة الكلية تتطور زمنياً، بالتالي لا يمكن الفصل بين القاعدتين في الفضاء الهلبرتي الكلي للجملة ولا يمكننا فصل مؤثر تطور $U_{SB}(t, t_0)$ لأن هناك ترابط بين مؤثري التطور للجملتين وكذلك مؤثر كثافتيهما $\rho_{SB}(t)$ بحيث يكون مؤثر الكثافة للجمل الكلية كالاتي:

$$\begin{aligned} \rho_{SB}(t) &= U_{SB}(t, t_0) \rho_{SB}(0) U_{SB}^\dagger(t, t_0) \\ \rho_{SB}(t) &= U_{SB}(t, t_0) (\rho_S(0) \otimes |0_{i_B}\rangle \langle 0_{i_B}|) U_{SB}^\dagger(t, t_0) \end{aligned}$$

كما قلنا سابقا $\rho_S = Tr_B\{\rho_{SB}\}$ حيث $\rho_S(t)$ تسمى مصفوفة الكثافة المختزلة للجمل المفتوحة S وتعطى بأخذ الاثر الجزئي لمصفوفة الكثافة $\rho_{SB}(t)$ على قاعدة الجمل B ، بتعويض $\rho_{SB}(t)$ بعبارتها نجد:

$$\begin{aligned}\rho_S(t) &= \sum_k \langle k_B | U_{SB}(t, t_0) (\rho_S(0) \otimes |0_{i_B}\rangle\langle 0_{i_B}|) U_{SB}^\dagger(t, t_0) | k_B \rangle \\ &= \sum_k \langle k_B | U_{SB}(t, t_0) (\rho_S(0) U_{SB}^\dagger(t, t_0) | k_B \rangle \\ &\quad \otimes \langle k_B | U_{SB}(t, t_0) | 0_{i_B} \rangle \langle 0_{i_B} |) U_{SB}^\dagger(t, t_0) | k_B \rangle \\ &= \sum_k \langle k_B | U_{SB}(t, t_0) | 0_{i_B} \rangle \rho_S(0) \langle 0_{i_B} | U_{SB}^\dagger(t, t_0) | k_B \rangle \otimes \langle k_B | U_{SB}(t, t_0) | 0_{i_B} \rangle \langle 0_{i_B} | U_{SB}^\dagger(t, t_0) | k_B \rangle\end{aligned}$$

نضع T_{k_B} مصفوفة توضح تأثير المحيط على الجمل S حيث:

$$\begin{aligned}T_{k_B} &= \langle k_B | U_{SB}(t, t_0) | 0_{i_B} \rangle \\ T_{k_B}^\dagger &= \langle 0_{i_B} | U_{SB}^\dagger(t, t_0) | k_B \rangle\end{aligned}$$

ومنه تصبح لدينا المعادلة من الشكل:

$$\begin{aligned}&= \sum_k T_{k_B} \rho_S(0) T_{k_B}^\dagger \otimes T_{k_B} T_{k_B}^\dagger \\ \rho_S(t) &= \sum_k T_{k_B} \rho_S(0) T_{k_B}^\dagger \otimes I_B\end{aligned}$$

يمكننا ايجاد معادلة تطور مصفوفة الكثافة المختزلة عن طريق أخذ الاثر الجزئي على طرفي معادلة لوفيل فون نيومان للجمل الكلية (المعزولة) نجد:

$$i \frac{d}{dt} \rho_{SB}(t) = [H, \rho_{SB}(t)]$$

$$i \frac{d}{dt} Tr_B \rho_{SB}(t) = Tr_B [H, \rho_{SB}(t)] \Rightarrow \frac{d}{dt} \rho_S(t) = -i Tr_B [H, \rho_{SB}(t)]$$

لا نحتاج الى معرفة الحالات الكلية للمحيط لمعرفة القيمة المتوقعة لأي مقدار فيزيائي للجمل ولكن فقط مصفوفة الكثافة المختزلة $\rho_S(t)$ حيث:

$$\langle A \rangle_S = \sum_n \langle n_S | \rho_S(t) A_S | n_S \rangle = Tr_S (\rho_S(t) A_S)$$

بشكل عام، ستكون ديناميك الجمل المختزلة، المحددة بالمعادلات الدقيقة

$$\rho_S(t) = Tr_B \{ U(t, t_0) \rho(t_0) U^\dagger(t, t_0) \}$$

و:

$$\frac{d}{dt}\rho_S(t) = -i \text{Tr}_B[H, \rho_{SB}(t)]$$

معقدة جداً، مع ذلك باستعمال شرط كون زمن الارتباط قصير جدا يمكن إهمال تأثير انحفاظ المعلومات لكل جملة في الاخرى وصياغة ديناميك الجملة المختزلة من حيث مجموعة ديناميكية كمية لزمرة نصفية، نقدم أولاً خريطة ديناميكية لهذا الغرض نفرض امكانية إعداد حالة الجملة الكلية $\{S + B\}$ في اللحظة الابتدائية

$t = 0$ كحالة جداء مباشر غير مترابط: $\rho(0) = \rho_S(0) \otimes \rho_B$ ، حيث $\rho_S(0)$ هي الحالة الابتدائية للجملة المختزلة S و ρ_B تمثل بعض حالات المحيط كحالة توازن حراري على سبيل المثال، التحويل الذي يصف تطور الجملة المختزل من $t = 0$ إلى $t > 0$ يمكن كتابته في الشكل:

$$\rho_S(0) \mapsto \rho_S(t) = V(t)\rho_S(0) \equiv \text{Tr}_B\{U(t,0)\rho_S(0) \otimes \rho_B U^\dagger(t,0)\}$$

$V(t)$ تطبيق يحول مصفوفة الكثافة $\rho_S(0)$ الى مصفوفة الكثافة المختزلة $\rho_S(t)$.

هذه الخريطة، التي تصف تغير حالة الجملة المفتوحة بتغير الزمن t ، تسمى خريطة ديناميكية (انظر الشكل السابق للخريطة). يمكن توصيف خريطة ديناميكية بشكل كامل من حيث المؤثرات المتعلقة بفضاء هيلبرت \mathcal{H}_S للجملة المفتوحة، لهذا الغرض نستخدم طيف مصفوفة الكثافة ρ_B للمحيط:

$$\rho_B = \sum_i \lambda_i |\varphi_i\rangle\langle\varphi_i|$$

هنا $|\varphi_i\rangle$ قواعد متعامدة في الفضاء \mathcal{H}_B و λ_i اعداد حقيقية غير سالبة تحقق:

$$\sum_\alpha \lambda_\alpha = 1$$

ومنه فان التعريف السابق $\rho_S(0) \mapsto \rho_S(t)$

يعطينا:

$$V(t)\rho_S = \sum_{\alpha,\beta} W_{\alpha\beta} \rho_S W_{\alpha\beta}^\dagger$$

حيث $W_{\alpha\beta}$ مؤثرات في \mathcal{H}_B : $W_{\alpha\beta}(t) = \sum_{\alpha,B} \sqrt{\lambda_B} \langle\varphi_\alpha|U(t,0)|\varphi_B\rangle$

بالنظر إلى الزمرة النصفية بدناميك كمي توجد خريطة خطية \mathcal{L} والذي يسمح لنا بتمثيل الزمرة النصفية بشكل أسي: $V(t) = e^{\mathcal{L}t}$ هذا التمثيل يعطينا معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى لمصفوفة الكثافة المختزلة للجملة المفتوحة حيث:

$$\rho_S(t) = v(t)\rho_S(0)$$

$$\begin{aligned}\frac{d\rho_s(t)}{dt} &= \frac{dV(t)}{dt} \cdot \rho_s(0) + V(t) \frac{d\rho_s(0)}{dt} \\ &= \frac{de^{Lt}}{dt} \rho_s(0) + e^{Lt} \cdot \frac{d\rho_s(0)}{dt} = \mathcal{L}e^{Lt} \rho_s(0) = \mathcal{L}v(t) \rho_s(0) \\ \frac{d\rho_s(t)}{dt} &= \mathcal{L}\rho_s(t)\end{aligned}$$

المولد \mathcal{L} للزمرة النصفية يمثل مؤثر فائق *super-operator*، يمكن اعتباره تعميماً لمؤثر ليوفيل الذي يُعرف من خلال الشرط $\mathcal{L}\rho(t) = -i\text{Tr}_B[H(t), \rho_s]$ يطلق عليه مؤثر فائق لأنه مؤثر يعمل على توليد مؤثر آخر، لنقم ببناء الشكل الأكثر عمومية لمولد الزمرة النصفية، لهذا الغرض نعتبر أولاً الحالة البسيطة لفضاء هيلبرت H_S ذو N بعد، فضاء ليوفيل المقابل هو فضاء معقد ذو N^2 ، نختار قواعد متكاملة (شرط الاكتمال والتعامد):

من المؤثرات المتعامدة F_i حيث $i = 1, 2, \dots, N^2$ لهذا الفضاء، لدينا:

$$(F_i, F_j) = \text{Tr}_S\{F_i^\dagger F_j\} = \delta_{ij}$$

لتبسيط الامر نختار أحد المؤثرات الأساسية ليكون متناسب مع الوحدة I_S وهو

$$F_{N^2} = \frac{1}{\sqrt{N}} I_S$$

وتكون المؤثرات الأساسية الأخرى بدون أثر أي أن $\text{Tr}_S\{F_i\} = 0$ لكل $i = 1, 2, \dots, N^2 - 1$ عند تطبيق علاقة الاكتمال على المؤثرات السابقة تصبح لدينا:

$$W_{ab}(t) = \sum_{i=1}^{N^2} F_i(F_i, W_{ab})$$

ومنه بالتعويض في: $v(t)\rho_s = \sum_{\alpha, \beta} W_{\alpha\beta} \rho_s W_{\alpha\beta}^\dagger$ نجد:

$$v(t)\rho_s(t) = \sum_{i=1, a, b}^{i=N^2} F_i(F_i, W_{ab}) \rho_s F_j^\dagger(F_i, W_{ab}) = \sum_{\alpha\beta, i, j=1}^{i, j=N^2} (F_i, W_{\alpha\beta})(F_j, W_{\alpha\beta}) F_i \rho_s F_j^\dagger$$

نضع:

$$C_{ij} = \sum_{i, j=1, \alpha\beta}^{N^2} (F_j, W_{\alpha\beta})(F_i, W_{\alpha\beta})$$

$$\Rightarrow v(t)\rho_s = \sum_{i, j=1}^{N^2} C_{ij} F_i \rho_s F_j^\dagger$$

نعرف الاشتقاق على انه:

$$\begin{aligned}\frac{d\rho}{dt} &= \mathcal{L}\rho_s = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} (v(\varepsilon)\rho_s - \rho_s) \\ \Rightarrow \frac{d\rho}{dt} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \left(\sum_{i,j=1}^{N^2} C_{ij}(\varepsilon) F_i \rho_s F_j^\dagger - \rho_s \right) \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \left(\sum_{ij=1}^{N^2-1} C_{ij}(\varepsilon) F_i \rho_s F_j^\dagger + \sum_{i=1}^{N^2-1} C_{iN^2}(\varepsilon) F_i \rho_s F_{j=N^2}^\dagger + \sum_{i=1}^{N^2-1} C_{N^2}(\varepsilon) F_{i=1} \rho_s F_{N^2}^\dagger \right. \\ &\quad \left. + C_{N^2N^2}(\varepsilon) F_N \rho_s F_N^\dagger - \rho_s \right)\end{aligned}$$

نضع:

$$\begin{aligned}a_{N^2N^2} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} (C_{N^2N^2}(\varepsilon) - N) \\ a_{iN^2} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} C_{iN^2}(\varepsilon) \\ a_{ij} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} C_{ij}(\varepsilon) \\ a_{N^2j} &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} C_{N^2j}(\varepsilon)\end{aligned}$$

ومنه بالتعويض نجد:

$$\frac{d\rho}{dt} = \mathcal{L}\rho_s = \left(\sum_{ij=1}^{N^2-1} a_{ij} F_i \rho_s F_j^\dagger + \sum_{i=1}^{N^2-1} a_{iN^2} F_i \rho_s F_{j=N^2}^\dagger + \sum_{i=1}^{N^2-1} a_{N^2j} F_{i=1} \rho_s F_{N^2}^\dagger + a_{N^2N^2} F_N \rho_s F_N^\dagger \right)$$

بما ان: $F_{N^2} = F_{N^2}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{N}} I_s$ ومنه تصبح العلاقة:

$$\mathcal{L}\rho_s = \sum_{ij=1}^{N^2-1} a_{ij} F_i \rho_s F_j^\dagger + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N^2-1} a_{iN^2} F_i \rho_s F_{j=N^2}^\dagger + \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N^2-1} a_{N^2j} F_{i=1} \rho_s + \frac{a_{N^2N^2} \rho_s}{N}$$

بإدخال:

$$F = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^{N^2-1} a_{iN^2} F_i$$

تصبح لدينا:

$$\mathcal{L}\rho_s = \sum_{ij=1}^{N^2-1} a_{ij} F_i \rho_s F_j^\dagger + F \rho + \rho F^\dagger + \frac{a_{N^2N^2} \rho_s}{N}$$

ندخل الكمية G حيث:

$$\frac{F + F^\dagger}{2} + i \frac{(F - F^\dagger)}{2i} = G - iH$$

و

$$G' = G + \frac{a_{N^2 N^2}}{2N}$$

H مؤثر هرميتي يكتب:

$$H = \frac{1}{2i} (F^\dagger - F)$$

ومنه:

$$\mathcal{L}\rho_s = \sum_{ij=1}^{N^2-1} a_{ij} F_i \rho_s F_j^\dagger + \{G', \rho\} - i[H, \rho]$$

لدينا:

$$Tr \left[\frac{d\rho}{dt} \right] = Tr \left[\frac{\rho(t + \Delta t) - \rho(t)}{\Delta t} \right]$$

حيث:

$$Tr(\rho(t)) = Tr(\rho(t + \Delta t)) = 1$$

ومنه:

$$Tr(\mathcal{L}\rho_s) = Tr \left[\sum_{ij=1}^{N^2} F_j^\dagger F_i \rho + 2G' \rho \right] = 0$$

حيث:

$$G' = -\frac{1}{2} \sum_{ij=1}^{N^2-1} F_j^\dagger F_i$$

وبالتالي نحصل على معادلة ماستر لليندبلاد وهي كالتالي:

$$\frac{d\rho}{dt} = -i[H, \rho] + \sum_{ij}^{N^2-1} a_{ij} F_i \rho F_j^\dagger - \frac{1}{2} [F_i^\dagger F_j, \rho]$$

2. التشابك الكمي

1.2. مفهوم التشابك

التشابك الكمي خاصية غامضة للجمل الكمية، يحدث بوجود ارتباطات بين هذه الجمل والتي لا يمكن تفسيرها كلاسيكياً، لعب التشابك دوراً رئيسياً في تطور فيزياء الكم، ظهر هذا المفهوم عام 1935 عندما بحث شرودنجر في عمليات القياس على الجمل الجزئية للجمل الكلية، بعدها حظي هذا المفهوم باهتمام واسع عندما نشر أينشتاين وبودولسكي وروزن ورقة بحثية حول عدم التوافق بين التشابك والنظريات الفيزيائية المبنية على مبدأ المحلية والواقعية، في عام 1964 تم سد هذه الفجوة جزئياً بأعمال جون بيل الذي وضع متراجحات تؤكد استحالة بناء نظرية كلاسيكية تفسر ظاهرة التشابك (نظرية المتغيرات الخفية)، ثم أصبح التشابك الكمي الآن مفهوم مهم جداً في مجال المعلومات والحوسبة الكمية لأداء مهام تعتبر مستحيلة أو أقل كفاءة بالوسائل الكلاسيكية [9][10][11][12][13][14][15][16].

$$\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$$

الحالات المتشابكة	Product states
-------------------	----------------

ينقسم فضاء هيلبرت الخاص بالحالات النقية ثنائية الأجزاء $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ إلى مجموعتين منفصلتين: الحالات المتشابكة وحالات الجداء المباشر Product states (وهي الحالات القابلة للفصل)

لنأخذ جملة كمية مكونة من جملتين جزئيتين A و B ، فضاء هيلبرت المرفق لهذه الجملة $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ و $|\psi\rangle$ حالة نقية $|\psi\rangle \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ نقول عن $|\psi\rangle$ حالة جداء مباشر، إذا تحقق الشرط: $|\psi\rangle = |\alpha\rangle_A \otimes |\beta\rangle_B$ حيث $|\alpha\rangle \in \mathcal{H}_A$ و $|\beta\rangle \in \mathcal{H}_B$ ، مخالفة الحالة لهذا الشرط، تكون حالة متشابكة أي عندما لا يمكن كتابتها كحالة قابلة للفصل (كمجموع لحالات الجداء المباشر) هذا يعني أن الحالة المختلطة لا تتحلل إلى جداء تنسوري لحالات نقية ممثلة بفضاء هيلبرت لكل جملة جزئية.

إذا كانت حالة الجملة الكلية المكونة من جملتين جزئيتين في حالة نقية Product states، فلا يمكن

تحويلها إلى حالة متشابكة باستخدام المؤثرات الجزئية (المحلية)، أي باستعمال التحويلات التي تؤثر على

الجملتين الجزئيتين بشكل منفصل، إذا كانت \mathcal{E}_A و \mathcal{E}_B عبارة عن خرائط كمومية تعمل على الجملتين الجزئيتين بشكل فردي و $|\psi\rangle = |\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle$ حالة جداء مباشر فإن $|\psi\rangle \langle \psi| (\mathcal{E}_A \otimes \mathcal{E}_B)$ تبقى هي أيضاً حالة جداء مباشر

الحالات المتشابكة لكيوبيت ثنائي تعطي بحالات بيل، تشكل حالات بيل قاعدة لفضاء هيلبرت $\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2$

والتي تعرف بقواعد بيل، تتمتع هذه الحالات بخاصية مثيرة للاهتمام بحيث أن قياس أحد الكيوبتين في أي

أساس متعامد يعطي نتيجتين بنفس الاحتمال والذي يعني عدم وجود معلومات كاملة عن الجملتين الجزئيتين

بشكل فردي أو مستقل عن الأخرى تعطي حالات بيل كالاتي:

$$\begin{aligned} |\beta_{00}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \\ |\beta_{10}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle) \\ |\beta_{01}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle) \\ |\beta_{11}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle) \end{aligned}$$

مثال 1: نعبر عن حالة كيوبيتين $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \otimes |1\rangle + |1\rangle \otimes |1\rangle)$ هذه الحالة غير متشابكة لأنه يمكن التعبير عنها كحالة ضرب مباشر $|\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle$ حيث $|\alpha\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$ و $|\beta\rangle = |1\rangle$ ومنه فإن:

$$|\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \otimes |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \otimes |1\rangle + |1\rangle \otimes |1\rangle)$$

وأیضا حالة كيوبيتين $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle)$ هي أيضا حالة غير متشابكة لأنه يمكن التعبير عنها كحالة جداء مباشر: $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$

مثال 2: نعبر عن حالة كيوبيتين $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \otimes |1\rangle + i|1\rangle \otimes |1\rangle)$ هذه الحالة متشابكة لأنه لا يمكن التعبير عنها كحالة جداء مباشر $|\alpha\rangle \otimes |\beta\rangle$ مهما كانت $|\alpha\rangle$ و $|\beta\rangle$.

2.2. قاعدة شميدت

لمعرفة ما إذا كانت الحالة النقية للجمل الكلية المكونة من جملتين جزئيتين متشابكة أم لا، نستعمل قاعدة شميدت، نعبر عن حالة كمية بشكل عام في فضاء هيلبرت:

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1, j=1}^{d_A, d_B} C_{ij} |i\rangle_A |j\rangle_B$$

بحيث $\{|i\rangle_A\}_{i=1\dots d_A}$ قاعدة متعامدة ومتجانسة وكذلك $\{|j\rangle_B\}_{j=1\dots d_B}$ ، الفكرة المفتاحية في قاعدة شميدت هي ان المعاملات C_{ij} عناصر لمصفوفة ذات البعد $d_A \times d_B$ ويمكن التعبير عن المصفوفة C ب $C = uav$ وكل من u و v مصفوفات أحادية و a مصفوفة تحتوي على عنصرين غير معدومين على الأقل في القطر.

ليكن لدينا فضاء هيلبرت $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ ولنفرض ان $\dim(\mathcal{H}_A) = d_A$ و $\dim(\mathcal{H}_B) = d_B$ و $d_A \leq d_B$

$\dim(\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B)$ تعني بعد الفضاء الهيلبرتي للجداء المباشر $\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ ، ومنه فإن أي حالة نقية

$|\psi\rangle \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ يمكن كتابتها وفقا لكتابة شميدت:

² هذه الكتابة مختصرة للجداء التانسوري للفضاءين توافق $|i\rangle_A \otimes |j\rangle_B$

$$|\psi\rangle = \sum_{i=1}^{d_A} a_i |\varphi_i\rangle_A |\varphi_i\rangle_B$$

بحيث a_i اعداد حقيقي والمجموعتين $\{|\varphi_i\rangle_A\}_i$ و $\{|\varphi_i\rangle_B\}_i$ تتكون من أشعة متعامدة، هذه هي قاعدة شميدت للحالة $|\psi\rangle$ ، عدد الحدود الغير معدومة في هذا المجموع تسمى عدد شميدت S حيث $1 \leq S \leq d_A$.

توفر قاعدة شميدت طريقة مكافئة لتعريف الحالات المتشابكة: تُعتبر الحالة النقية متشابكة إذا فقط إذا كان

$S \geq 2$ يظل عدد شميدت ثابت عند التحويلات الواحدية المحلية التي تؤثر في الجملتين الفرعيتين وهذا يتوافق مع حقيقة أنه لا يمكن تحويل حالة الجداء المباشر إلى حالة متشابكة عن طريق تطبيق التحويلات المحلية على الجملتين.

تحليل شميدت مفيد أيضا في حساب الأثر الجزئي للحالة المختلطة لنظام مكون من جملتين، نعبر عن حالة هذا النظام ب $|\psi\rangle \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ ، مؤثر الكثافة المرتبط بهذه الحالة:

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = \sum_{k=1}^d \sum_{m=1}^d a_k a_m |km\rangle\langle km|$$

بحيث $|\psi\rangle = \sum_k a_k |i\rangle\langle i|$ تحليل شميدت للحالة $|\psi\rangle$ و $d = \min(d_A, d_B)$ ومصفوفة الكثافة المختزلة ρ_B تعطى ب: $\rho_B = Tr_A[\rho]$ ومنه:

$$\begin{aligned} \rho_B &= Tr_A \left[\sum_{k,m=1}^d a_k a_m |k\rangle\langle m|_A \otimes |k\rangle\langle m|_B \right] \\ \rho_B &= \sum_{k,m,i=1}^d a_k a_m \langle i|k\rangle\langle m|i\rangle_A |k\rangle\langle m|_B \\ &= \sum_{i,k,m=1}^d a_k a_m \delta_{ik} \delta_{mi} |k\rangle\langle m|_B = \sum_{k=1}^d a_k^2 |k\rangle\langle k|_B \end{aligned}$$

القيم ذاتية لمصفوفة الكثافة المختزلة ρ_B وبحسابات مماثلة يمكننا التحقق من ان مصفوفة الكثافة المختزلة

$$\rho_A = Tr_B[\rho] = \sum_k a_k^2 |k\rangle\langle k|_A$$

هذا يدل على ان ρ_A و ρ_B لذيهما نفس القيم الذاتية ونفس انتروبي نيومان³:

$$S(\rho_A) = - \sum_{k=1}^d a_k^2 \log_2(a_k^2) = s(\rho_B)$$

مثال 3: لدينا حالة بيل $|\beta_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ ، تحليل شميدت لهذه الحالة: $\sum_{i=0}^1 a_i |i\rangle |i\rangle$ حيث

$a_0 = a_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ، هذا المجموع يحتوي على حدين غير معدومين أي $s = 2$ هذا يعني انها حالة متشابكة.

مثال 4: نعرف حالة كيوبيتين $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle|1\rangle + |1\rangle|1\rangle)$ كما في المثال الأول، تحليل هذه الحالة يعطى

من خلال العبارة التالي: $|\psi\rangle = \sum_{ij} c_{ij} |i\rangle |j\rangle$ بحيث C مصفوفة:

$$C = \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} \\ C_{10} & C_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/\sqrt{2} \\ 0 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

تفريق القيمة المفردة لهذه المصفوفة يعطى ب:

$$c = uav = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

بما ان a له حد واحد غير معدوم على قطره إذا فالحالة $|\psi\rangle$ ليست متشابكة.

3.2. قياس التشابك للحالات النقية

هناك بعض الحالات الأكثر تشابكا من غيرها [12]، يمكن صياغة هذا المبدأ بتقديم مفهوم مقياس التشابك، الدالة $E(\rho)$ متعلقة بمؤثر الكثافة للجمل الثنائية (المتكونة من جملتين) وتعطي رقماً حقيقياً، إذا كانت $E(\rho_1) > E(\rho_2)$ ومنه ρ_1 أكثر تشابكا من ρ_2 .

عند الحالات النقية حالات الجداء المباشر كونها غير متشابكة يمكننا كتابة $E(\rho) = 0$ إضافة لكونها ثابتة عندما تأثر عليها المؤثرات الجزئية فيمكن كتابة أيضا $E(\rho) = E((\hat{U} \otimes \hat{v})\rho(\hat{U}^+ \otimes \hat{v}^+))$ حيث \hat{U} و \hat{V} هما مصفوفتا واحديتين تأثران على الجملتين الفرعتين بشكل منفصل، حالات الجداء المباشر تعطينا مصفوفات كثافة مختزلة نقية لذلك فان مصفوفة الكثافة المختزلة وسيلة جيدة لقياس التشابك، تلمي لنا انتروبي فون نيومان لمصفوفة الكثافة المختزلة $S(\rho_A)$ ، هذه المتطلبات لقياس تشابك الحالات النقية:

³ يعرف انتروبي فان نيومان من خلال $S(\rho) = -Tr[\rho \log_2 \rho]$ ومنه اجل مؤثر \hat{A} فان $S(\hat{A}) = -\sum_i a_i \log_2 a_i$ حيث a_i قيم ذاتية للمؤثر \hat{A}

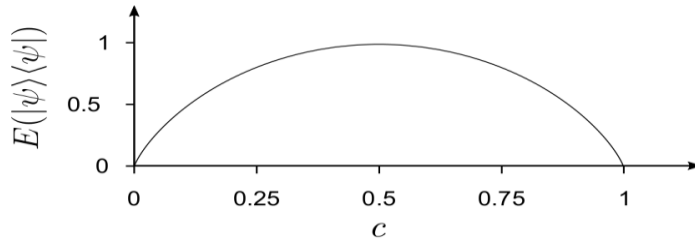
$$(3-3) \quad E(\rho) = S(\text{Tr}_B[\rho]) = S(\rho_s) = -\text{Tr}_s[\rho_s \log_2 \rho_s]$$

من كون خلال طيف مصفوفة الكثافة يساوي $\rho_s = \sum_i \lambda_i |i\rangle\langle i|$ تصبح المعادلة (3-3) من الشكل:

$$E(\rho) = -\sum_i \langle i| \sum_i \lambda_i |i\rangle\langle i| \log_2 \sum_i \lambda_i |i\rangle\langle i|$$

$$E(\rho) = -\sum_{i=1}^d \lambda_i \log_2 \lambda_i$$

هذه الدالة تساوي صفر لحالات الجداء المباشر وتصل إلى قيمتها القصوى $\log_2 d$ عندما تكون $\rho_s = \frac{1}{d}$ ومنه عند هذه القيمة تكون الحالة الكمية في أقصى تشابك.



شكل (3.3): منحني دالة مقياس التشابك $E(\rho)$ لحالة نقية لجملة ثنائية، تشابك الحالة $|\psi\rangle = \sqrt{c}|00\rangle + \sqrt{1-c}|11\rangle$ دالة ل C

مثال: حالة $|\beta_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ هي مثال لحالة أقصى التشابك ولرؤية ذلك نحسب مصفوفة الكثافة المختزلة أولاً:

$$\rho_s = |\beta_{00}\rangle\langle\beta_{00}| = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle\langle 0| + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle\langle 1|$$

$$E(|\beta_{00}\rangle\langle\beta_{00}|) = S(\rho_A) = -\text{Tr}_A[\rho_A \log_2 \rho_A] = -\frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{1}{2}\right)$$

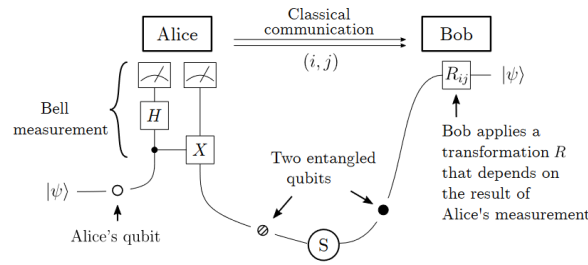
3. النقل الكمي الآني

نقصد هنا بمصطلح النقل الكمي الإجراء الذي يسمح بنقل المعلومات الكمية بين طرفين بشكل آني مهما كان الفاصل المكاني بينهما، تم تحقيق النقل الكمي تجريبياً باستخدام فوتونات متشابكة [12][22].

لنفترض ان لدى أليس كيوبت في حالة كمية غير معروفة $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ ويمكنها التواصل مع بوب فقط من خلال اتصال كلاسيكي مثل الهاتف، تريد أليس أن تخبر بوب بكل المعلومات عن حالة الكيوبت ومع ذلك لا تعرف أليس المعاملات α و β ولديها نسخة واحدة فقط من $|\psi\rangle$ فكيف يمكن لأليس أن تنقل حالة الكيوبت بأمان إلى بوب معتمدة فقط على قناة اتصال كلاسيكية؟ مبدئياً يمكن لأليس قياس حالة كيوبتها وإبلاغ بوب بالنتيجة، ومع ذلك لن تكون معلومات كافية لإعادة إنتاج الحالة الأصلية من قبل بوب وذلك لأن وصف $|\psi\rangle$ قد يتطلب عدداً لا نهائياً من البتات إذا كانت α و β تفكيك عشري decimal expansion لا نهائي

وقياس واحد يوفر بت واحد فقط من المعلومات، وبالتالي فإن نقل معلومات عن حالة كيوبت غير معروفة تواجه صعوبة عند امتلاك أليس نسخة واحدة فقط منها.

يختلف الموقف في حالة ما إذا كان أليس وبوب يتشاركان كيوبتين متشابكين مثل فوتونين في حالة بيل $|\beta_{00}\rangle$ حيث يتم توليد هذين الجسيمين بواسطة نفس المصدر S وبالتالي تمتلك أليس كيوبتين (الكيوبت الذي تود نقله واحد الجسيمين من الزوج المتشابك المنطلق من المصدر) ويمتلك بوب كيوبت واحد فقط (الجسيم الآخر من الزوج المتشابك).



شكل (4.3): بروتوكول النقل الكمي.

ترغب أليس في نقل حالة كيوبت واحد $|\psi\rangle$ إلى بوب فيتشارك الطرفان زوجًا متشابكًا تم توليده بواسطة مصدر S ولا يمكنهما التواصل إلا عبر الهاتف، للنقل الآمن تقوم أليس بجعل جسيمها متشابكان ثم تقوم بإجراء قياس بيل على جسيمها وتخبر بوب بنتيجة قياسها، اعتمادًا على هذه النتيجة، يقوم بوب بإجراء تحويل واحد \hat{R}_{ij} على الجسيم الخاص به فتجعل هذه العملية جسيم بوب في الحالة الكمية الأصلية التي كانت أليس تنوي نقلها [12].

4. الترميز الكمي الكثيف

كأبسط بروتوكول اتصال يستغل التشابك الكمي يسمح الترميز الكمي الكثيف [12] لأليس بإرسال معلومتين كلاسيكيتين لبوب عن طريق إرسال كيوبت واحد فقط، يتم توضيح بروتوكول الترميز الكمي الكثيف في الشكل ادناه، يعد مصدر كيوبتين متشابكين، مثل فوتونين، في حالة بيل $|\beta_{00}\rangle$ يتم إرسال أحد الكيوبتين إلى أليس والآخر إلى بوب، يمكن لأليس أن تختار نقل أحد هذه الرسائل الأربع: 00، 01، 10، و11، لنقل هذه المعلومات تقوم بإجراء تحويل \hat{R}_{ij} على كيوبت خاص بها ويعتمد على الرسالة التي تريد نقلها:

الحالة الناتجة	قياس أليس	رسالة أليس
$\hat{I} \otimes \hat{I} \beta_{00}\rangle = \beta_{00}\rangle$	$\hat{R}_{00} = \hat{I}$	00
$\hat{X} \otimes \hat{I} \beta_{01}\rangle = \beta_{01}\rangle$	$\hat{R}_{01} = \hat{X}$	01
$\hat{Z} \otimes \hat{I} \beta_{10}\rangle = \beta_{10}\rangle$	$\hat{R}_{10} = \hat{Z}$	10
$\hat{Z} \hat{X} \otimes \hat{I} \beta_{11}\rangle = \beta_{11}\rangle$	$\hat{R}_{11} = \hat{Z} \hat{X}$	11

ترسل أليس كيوبت إلى بوب الذي سيستقبل كيوبتين (واحد منها من أليس والآخر من المصدر) في حالة تشابك. كما هو موضح في الجدول أعلاه هذه الحالة المتشابكة هي واحدة من حالات بيل الأربعة، يقوم بوب الآن بقياس بيل: يطبق بوابة CNOT وبوابة هادامارد على الكيوبتين قبل قياسهما:

ما يحصل عليه بوب	قياس بوب	استقبال بوب
$ 00\rangle$	$(\hat{H} \otimes \hat{I})\text{CNOT}$	$ \beta_{00}\rangle$
$ 01\rangle$	$(\hat{H} \otimes \hat{I})\text{CNOT}$	$ \beta_{01}\rangle$
$ 11\rangle$	$(\hat{H} \otimes \hat{I})\text{CNOT}$	$ \beta_{10}\rangle$
$ 10\rangle$	$(\hat{H} \otimes \hat{I})\text{CNOT}$	$ \beta_{11}\rangle$

قياس بوب سيعمل على إسقاط الكيوبتين في واحدة من الحالات الأربع $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ وتتوافق هذه الحالات مع البتين الكلاسيكيين اللذين أرادت أليس التواصل بهما، والجدير بالذكر أن هذا البروتوكول يعمل بشكل مثالي دون أي اتصال كلاسيكي بين أليس وبوب.

5. الترابطات الغير محلية في ميكانيك الكم

تقدم لنا التجارب مثل تجربة أليس-بوب صورة غريبة حول الترابطات في العالم الكمي [13] ، نأخذ عادة التجارب الفيزيائية التي نجريها على أنها أجهزة إدخال/إخراج، لدى أليس صندوق أسود يقبل المدخل x ويعطي المخرج a وبالمثل لدى بوب صندوق أسود يقبل المدخل y ويعطي المخرج b ، يمكن اعتبار الصندوقين على أنهما بروتوكولات تجريبية تحتوي على جسيمات وأجهزة قياس... إلخ.، هذه البروتوكولات مُعدة مسبقاً وجاهزة لأداء عدد من التجارب المختلفة، الإدخالات x و y تشير ببساطة إلى التجربة التي ستُجرى بينما المخرجات a و b هي نتائج تلك التجارب، لنعتبر أنه لا يمكن لأليس وبوب النظر إلى تفاصيل إجراء البروتوكول التجريبي و طريقة الحصول على المخرجات بالضبط، انما ما يمكن لأليس وبوب فعله هو تقديم المدخلات فقط فهما لا يستطيعان التحكم في المخرجات، ومنه فإن توجد إمكانية للحصول على عدة مخرجات مختلفة لإدخال ما، ولا يمكن لأليس وبوب تحديد مخرج معين، هذه الوضعية تحاكي تماما السلوك الكمي حيث عندما يمكن لنفس التجربة أن تعطي نتائج مختلفة ولا يمكن التحكم في النتيجة، مثل تلك الصناديق تظهر خاصية اللاتعيين، نعبر رياضياً عن ما قلناه أعلاه:

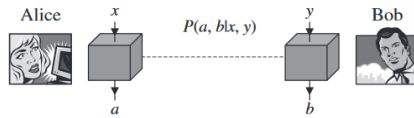
$$P(a, b | x, y)$$

وهي الاحتمالات المشتركة الشرطية للحصول على النتائج a و b عندما تكون المدخلات x و y ، احتمال حصول أليس على نتيجة معينة a مستقل عن مُدخل بوب والعكس صحيح اي:

$$\sum_b P(a, b | x, y) = P(a | x)$$

$$\sum_a P(a, b | x, y) = P(b | y)$$

إليك الشكل التوضيحي التالي:



شكل (5.3): مخطط توضيحي لتمثيل تجربة ارتباط غير محلي بالصندوقين الاسودين

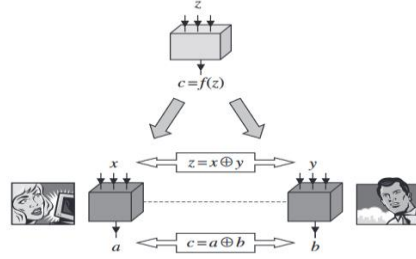
في هذا السياق تظهر لنا مشكلة ألا وهي الحساب الغير المحلي، لنأخذ في الاعتبار مشكلة حسابية عادية مع N بت من المدخلات z_1, \dots, z_N والمخرجات بت واحد $C = f(z_1, \dots, z_N)$ يوجد لهذه المسألة نسخة غير محلية: يتم الحساب بواسطة جهازين واحد عند أليس والآخر عند بوب، لكل جهاز N بت من المدخلات x_1, \dots, x_N وبت واحد من المخرجات a لأليس، y_1, \dots, y_N و b لبوب، هنا يتم إعطاء كل من أليس وبوب بتات المدخلات من قبل طرف خارجي، بحيث تكون مدخلاتهما تساوي المدخل الأصلي

، لكل قيمة ممكنة من المدخل الأصلي z_i هناك مجموعتان ممكنتان من x_i و y_i و:

$$(4 - 3) \quad a \oplus b = c = f(z_1, \dots, z_N)$$

أي عند $z_i = 0$ ، المجموعتان هما $x_i = 0$ و $y_i = 0$ و $x_i = 1$ و $y_i = 1$ ، بينما من أجل $z_i = 1$ يمكن أن يكون لدينا $x_i = 0$ و $y_i = 1$ أو $x_i = 1$ و $y_i = 0$ قاعدة اللعبة هي أنه لكل بت إدخال z_i يُعطى لأليس وبوب واحد من المجموعتين المقابلتين من المدخلات وبشكل عشوائي وبنفس الاحتمال ونتيجة لذلك وبما أنهم يمكنهم رؤية مدخلاتهما فقط x_i و y_i ليس لدى أليس وبوب أي معرفة بالإدخال الأصلي z_i

مهمة أليس وبوب هي إعطاء مخرج بت واحد لكل منهما، بحيث تكون مجموع مخرجاتهما تساوي الحساب الأصلي c (3 - 4) ، لا نفرض أي قيود على أي مجموعة a و b يجب أن تتحقق من المجموعتين الممكنتين للمخرجات، أليس وبوب يعرفان مسبقاً النتيجة التي يجب عليهما حسابها ويُسمح لهما بالتواصل مسبقاً ووضع استراتيجية مشتركة وإعداد أجهزتهما بالطريقة التي يريدانها، ومع ذلك لم يعد يُسمح لهما بالتواصل بمجرد أن يتم إعطاؤهما المدخلات



شكل (6.3): بروتوكول الحوسبة الغير محلية

هنا توجد ثلاث حالات رئيسية مثيرة للاهتمام: عندما يمتلك أليس وبوب أجهزة كلاسيكية فقط، وعندما يستخدمان جسيمات كمية متشابكة، وعندما يكون لديهما وصول إلى ترابطات غير محلية فوق الكمية، بشكل عام لا يمكن لأليس وبوب دائماً النجاح في إخراج الإجابة الصحيحة، هناك عدة مقاييس للنجاح، السيناريو الأبسط وهو عندما يتم إعطاء أليس وبوب مدخلات عشوائياً وبنفس الاحتمال ويحاولان الحصول على أفضل احتمال، الإعدادات التي وصفناها أعلاه هي تجربة عدم المساوات لبيل حيث يمكن لأليس أن تقوم بـ 2^N تجربة وبالمثل لبوب، في الواقع كل واحدة من 2^N مجموعة ممكنة تشير إلى تجربة تقوم بها على جهازها وقد تكون التجارب كلها مختلفة عن بعضها أو قد تكون بعضها متماثلة، الفرق الوحيد عن تجربة عدم المساواة لبيل هو أن أليس وبوب يتم إعطاؤهما المدخلات من قبل طرف خارجي، الحد الأقصى لاحتمال النجاح عندما تكون الأجهزة كلاسيكية هو لامساواة بيل المعممة، بينما الحد الأقصى لاحتمال النجاح عندما تكون الأجهزة كمية هو لامساواة سيريلسون المعممة [23].

6. مفارقة EPR

لنأخذ أولاً الحالة المنفصلة: $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |00\rangle) = \frac{1}{\sqrt{2}}|0\rangle(|1\rangle + |0\rangle)$ ان إجراء قياس على الجسيم الأول يعطي النتيجة 0 ولا يؤثر على قياس الجسيم الثاني الذي يعطي 0 او 1 باحتمال 1/2 مع كون ترتيب القياسات غير مهم في هذه الحالة.

لنأخذ الحالة المتشابكة $|\beta_{01}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$ لسبين إلكترونيين القياس على الجسيم الأول يعطي 0 او 1 بالاحتمال 1/2 ولكن في هذه الحالة القياس سيأثر على الجسيم الثاني فيعطي نتيجة معاكسة لنتيجة القياس على الإلكترون الأول، وتكون عكسية إذا قمنا بتبديل ترتيب القياسات بحيث لا تكون القابلية للتبديل مضمونة في حالة التشابك.

ليكن لدينا مصدر يعطي زوجين من الجسيمات ذات السبين $1/2$ ، المراقبان أليس وبوب لدى كل منهما جهاز يمكنهما من قياس سبين الجسيمات -جهاز ستيرن-جيرلاخ، الحالة التي تعبر عن الجسيمين في اللحظة 0 التي

الفصل الثالث: الجمل الكمية المفتوحة

يغادران فيها المصدر $|\psi\rangle = 1/\sqrt{2}(|-\rangle|+\rangle - |+\rangle|-\rangle)$ عندما يقوم أليس وبوب بإجراء قياساتهما تعطي نتيجة القياس احدى الحالات الأربعة التالية:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \cos^2(\theta_{AB} / 2) \text{ وفقا للاحتمال } |+\rangle_A |+\rangle_B & \frac{1}{2} \sin^2(\theta_{AB} / 2) \text{ وفقا للاحتمال } |+\rangle_A |-\rangle_B \\ & \frac{1}{2} \sin^2(\theta_{AB} / 2) \text{ وفقا للاحتمال } |-\rangle_A |+\rangle_B & \frac{1}{2} \cos^2(\theta_{AB} / 2) \text{ وفقا للاحتمال } |-\rangle_A |-\rangle_B \end{aligned}$$

بغض النظر عن قيمة θ_{AB} فإن سلسلة القياسات التي يجريها اليبس وبوب تكون عشوائية وبالتالي لا يمكن لبوب أن يقرر بشكل قاطع ما إذا كانت أليس قد أجرت أو لم تجر قياسًا مسبقًا على جسيماتها ومع ذلك يظهر انه هناك فرق انطلاقا من قيمة الزاوية، يمكن تعريف معامل الارتباط Γ :

$$\Gamma = 1/N \sum_i^N m_{eS_A} m_{eS_B} \text{ إذا تم تكرار التجربة } N \text{ مرة:}$$

- إذا كانت $\theta_{AB} = 0$ ، سيجد بوب سبين معاكسة للذي وجدته أليس، $\Gamma = -1$.
- إذا كانت $\theta_{AB} = 180^\circ$ سيجد بوب سبين بنفس الإشارة التي وجدتها أليس. $\Gamma = +1$.
- إذا كانت $\theta_{AB} = 90^\circ$ سيجد بوب سبين مستقل عن الذي وجدته أليس، $\Gamma = 0$.
- في جميع الحالات الأخرى الارتباط جزئي $\Gamma = -\cos \theta_{AB}$.

النتائج تتعارض مع الحدس الكلاسيكي بشكل كبير، لا يبدو لأينشتاين ما قد يمنع أليس من إجراء قياس S_z وبوب S_x ، وهي الحالة عند $\theta_{AB} = 90^\circ$ ، كل منهما سيسجل القيمة التي حصل عليها في دفتر ملاحظاته ويمكنهما مقارنة النتائج لاحقًا، وبما أن الجسيمين يُصدران بسبين كلي معدوم، إذا وجدت أليس $S_z = +1/2$ فهي تعلم أن بوب سيجد بالتأكيد $-1/2$ - وإذا أجرى هو أيضًا القياس على S_x سنصل لنفس الموقف حيث يتم قياس كميتين S_x و S_z واللتيين ليستا تبديليتين مما يتعارض مع مبدأ اللاتعيين، هنا تقدم ميكانيك الكم نظرة مخالفة لهذا التصور بحيث ان القياس الأول بغض النظر عن يقوم به أليس أو بوب يغير حالة الجسيمين المتشابكين بحيث أن القياس الثاني لا يتعلق بالجملة الغير متشابكة. إذا كررت أليس وبوب التجربة السابقة عدة مرات وقارنوا نتائجهما سيلاحظون أنه في كل مرة تقيس فيها أليس $S_z = +1/2$ ، نتيجة قياس بوب ل S_x تعطي القيمة $-1/2$ ، قد يتساءل المرء عما يجب التفكير فيه في حالة إجراء القياسين بشكل متزامن لا يجب أخذ هذا الاحتمال في الاعتبار لا من الناحية التجريبية ولا حتى من الناحية النظرية لأنه في هذه الحالة تأخذ علاقة الدور في منع تحديد الإحداثيات الزمنية بدقة، يمكن لأليس وبوب من أن يكونا بعيدين عن بعضهما بمسافة d كبيرة جدا بحيث $d = c\Delta t$ ، حيث Δt يمثل الفاصل الزمني الذي يفصل بين قياس أليس وقياس بوب وفي هذه

الحالة تم إنشاء تأثير عن بعد لا يخضع لمبدأ الفصل النسبي الذي ينص على أن حدثين بعيدين جدًا في الزمكان لا يمكن أن يكون لهما علاقة سببية ومنه فإن العالم الكمي لا يخضع لهذا المبدأ.

7. فك الترابط

تنشئ ترابطات بين حالات الجمل المفتوحة المتفاعلة مع المحيط الخارجي وحالات المحيط، حيث يحمل معلومات عن الجمل في تلك الترابطات، بالنسبة لبعض هذه التفاعلات يتصرف المحيط بشكل مشابه لجهاز قياس كمي يؤدي نوعًا من القياس الغير المباشر على الجمل، تظهر مجموعة معينة من حالات الجمل المفتوحة خصائص استقرار قوية ثم تنهار أو تدمر تراكبات هذه الحالات غالبًا بسرعة كبيرة جدًا، هذا الانهيار الديناميكي المستحث من المحيط لتماسك الحالات يُسمى فك الترابط الكمي، حيث ينتقي مجموعة مميزة من الحالات النقية للجمل المفتوح ويلغي تراكب الحالات في فضاء هيلبرت للجمل المفتوحة. [9][12][14][17][18][19][20][21].

أولاً نعرف القياس غير المباشر على أنه عملية مكونة من ثلاثة عناصر، العنصر الأول هو الجمل الكمية التي سيتم قياس حالتها واستخراج معلومات عنها، العنصر الثاني هو ما يُسمى بالمسبار الكمي quantum probe وبدوره جمل كمية تتفاعل مع الجمل المراد قياس حالتها فيتم بناء ترابطات بين الجمل والمسبار، العنصر الثالث هو جهاز كلاسيكي يتم بواسطته اجراء القياس على المسبار الكمي عندما ينتهي التفاعل بين الجمل والمسبار، الهدف من هذا الجهاز هو الحصول على معلومات حول حالة الجمل من خلال القياس على المسبار فيتم استنتاج هذه المعلومات من الترابطات التي تم بناؤها أثناء تفاعلها.

يظهر فك الترابط لأنواع معينة من التفاعلات بين الجمل والمحيط، التي تماثل تفاعلات القياس الغير مباشر على الجمل المفتوحة، حيث يلعب المحيط دور المسبار الكمي، الخاصية المميزة لهذا النوع من التفاعلات هي أن الجمل تؤثر على المحيط بطريقة تؤدي إلى ترابطات معينة بينهما ومع ذلك فإن تأثير المحيط على حالات معينة للجمل صغير للغاية.

لدينا هاميلتونيا الجمل الكلية:

$$H = H_S + H_B + H_I = H_0 + H_I$$

حيث يعطى هاميلتونيا التفاعل بالعبارة:

$$H_I = \sum_n |n\rangle\langle n| \otimes B_n = \sum_n A_n \otimes B_n$$

هاميلتونيا التفاعل يحدد مجموعة من القواعد المتعامدة $|n\rangle$ للجمل، بينما المؤثرات $B_n = B_n^\dagger$ هي مؤثرات المحيط، لنفرض أن هاميلتونيا الجمل H_S متبادل مع مؤثر الاسقاط $A_n = |n\rangle\langle n|$ وبالتالي:

$$[H_0 + H_I, A_n] = [H_0, A_n] = 0$$

ومنه فان مؤثرات الجملة A_n كميات محفوظة أي ان الطاقة ثابتة زمنيا: $\frac{d}{dt}\langle H_s(t) \rangle = 0$

في صورة التفاعل هاميلتونيا التفاعل يتطور وحدويا حيث:

$$H_I(t) = e^{iH_0t} H_I e^{-iH_0t} = \sum_n |n\rangle\langle n| \otimes B_n(t)$$

حيث: $B_n(t) = e^{iH_0t} B_n e^{-iH_0t}$

الحالة الابتدائية $|\psi_0\rangle = \sum_n C_n |n\rangle \otimes |\phi\rangle$ (حيث $|\phi\rangle$ حالة محيط) تتطور:

$$(5-3) \quad |\psi(t)\rangle = \sum_n C_n |n\rangle \otimes |\phi_n(t)\rangle$$

و

$$|\phi_n(t)\rangle = \exp\left(-i \int_0^t B_n(s) ds\right) |\phi\rangle = V_n(t) |\phi\rangle$$

الحالة (5-3) هي حالة متشابكة للجملة-محيط تُعطى بواسطة تراكب للحالات $|n\rangle \otimes |\phi_n(t)\rangle$ وتمثل هذه الأخيرة ترابطات مثالية بين مختلف حالات النظام وحالات المحيط المقابلة، بسبب التفاعل من نوع القياس الغير مباشر يحمل المحيط معلومات عن حالة الجملة، ومع ذلك $|\psi(t)\rangle$ لا تزال تراكبًا يشمل جميع حالات الجملة الموجودة بالفعل في الحالة الابتدائية ونتيجة لذلك لا تزال الترابطات موجودة في مصفوفة الكثافة المختزلة والتي تُعطى:

$$\rho_s(t) = \text{Tr}_B\{|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|\}$$

(6-3)

$$\rho_s(t) = \sum_{n,m} C_n C_m^* |n\rangle\langle m| \langle\phi_m(t)|\phi_n(t)\rangle$$

يترتب على واحدة $\langle\phi_n(t)|\phi_m(t)\rangle = 1$ وكون العناصر القطرية لمصفوفة الكثافة ثابتة زمنيا خلافا للعناصر الغير قطرية المتغيرة مع الزمن، عموما تعلق عناصر المصفوفة $\langle n|\rho_s(t)|m\rangle$ بالزمن يعطى بتداخل overlap حالات المحيط $|\phi_n(t)\rangle$ و $|\phi_m(t)\rangle$ ونكتب:

$$\langle\phi_n(t)|\phi_m(t)\rangle = e^{\Gamma_{nm}(t)}, \quad \Gamma_{nm}(t) \leq 0$$

من اجل $n \neq m$ المقدار $\Gamma_{nm}(t)$ يصف سلوك العناصر الغير قطرية لمصفوفة الكثافة المختزلة ونسميه دالة فك الترابط، تعلق دالة فك الترابط بالزمن متعلق بالحالات المجهريّة المختلفة وبالحالة الابتدائية للجملة، اتضح ان ديناميكيات التفاعلات بين الجملة والمحيط التي تسير في اتجاه مباشر فقط (لا يمكن الرجوع الى الحالة الابتدائية) تؤدي الى انخفاض سريع في التداخل overlap $\langle\phi_n(t)|\phi_m(t)\rangle$ حيث $n \neq m$ ، أي ان تداخل هذه

الحالات يؤول الى الصفر بعد زمن أطول مقارنة مع مقياس زمني نموذجي τ_D زمن فك الترابط ونكتب من اجل $t \gg \tau_D$

$$\langle \phi_n(t) | \phi_m(t) \rangle \rightarrow \delta_{nm}$$

ومنه عبارة مصفوفة الكثافة المختزلة للجمل تصيح:

$$(7-3) \quad \rho_s(t) \rightarrow \sum_n |c_n|^2 |n\rangle \langle n|$$

الانتقال المعبر عنه بالعلاقة (7-3) يُسمى بفك الترابط، وفقاً لهذه العلاقة تصيح مصفوفة الكثافة المختزلة قطرية في مجموعة معينة من حالات القواعد $|n\rangle$. ترابطات مصفوفة الكثافة في الاساس $|n\rangle$ اختقت نتيجةً للتفاعل مع المحيط، بعد زمن $t \gg \tau_D$ الحالة $\rho_s(t)$ للجمل المختزلة تسلك سلوك خليط غير مترابط من الحالات $|n\rangle$ أي أن خاصية التداخل $\langle m|A|n\rangle$ مع $n \neq m$ لم تعد تظهر في القيمة المتوقعة لاي ملحوظة A ومنه انهيار حالة التراكب للحالات $|n\rangle$ ، مما يعني أنها غير ملحوظة لجميع القياسات على الجمل S .

ان الإجابة عن سؤال: ما الفاصل بين الحاسوب كلاسيكي والكمي هي خاصية فك الترابط الكمي، فالوصف الذي تم اعتماده عن الحواسيب الكمية كدارات كمية مغلقة بعيد جدا عن الواقع، نحن نعلم انه لا توجد آليات ناجحة تماما لعزل جمل كمية عن بيئتها بشكل كامل فهي جمل مفتوحة وبارتباطها مع المحيط الخارجي تدمر المعلومات الكمية للجمل من خلال العملية المعروفة باسم فك الترابط، ان هذا الاقتران بين الجمل والمحيط ينتج تطور غير وحدوي لذلك فإن صورة الدائرة الكمية المغلقة تصور من الصعب جدا تجسيده واقعياً نظراً لأن المعلومات الكمية لا يسهل عزلها عن بيئتها مما يجعلها تفقد العديد من الخصائص الكمية فتؤول الى معلومات كلاسيكية.

هناك تشبيه هنا مع الحواسيب الكلاسيكية التي تعمل في بيئات في ضوضاء عالية كالتعرض للإشعاعات، في هذه الحالة لن تعمل بالشكل الجيد فخطأ واحد في الحساب سيؤدي الى نتائج بعيدة كلياً عن الصحة، في الواقع هناك طريقة لتجاوز هذه المشكلة تُعرف بالحساب المقاوم للأخطاء fault-tolerant وهي مرتبطة بفكرة رموز تصحيح الأخطاء حيث يتم تكرار المعلومات.

في عام 1995 عندما اكتشف شور نسخة كمية لرموز تصحيح الأخطاء الكلاسيكية، فبتفسير المعلومات الكمية يمكن أن تصيح هذه المعلومات أكثر مقاومة للتفاعل مع المحيط مما فتح الطريق لتطوير نظرية لتصحيح الأخطاء الكمية [24]

تم اكتشاف العديد من رموز تصحيح الأخطاء الكمية المختلفة [25][26] وهذا أدى بدوره إلى نظرية الحساب الكمي المقاوم للأخطاء [27][28] يصف الحساب الكمي المقاوم للأخطاء الطرق المناسبة للتعامل مع الاقتران او الترابط بين الجمل والمحيط وكذلك التعامل مع التحكم الخاطيء في الحاسوب الكمي.

ثم تم اكتشاف the threshold theorem التي تنص على أنه إذا كانت تفاعلات فك الارتباطات أضعف من التفاعلات التحكم بنسبة معينة فإنه يمكن تحقيق الحساب الكمي بالدقة المرغوبة وبالتالي تعلن نظرية العتبة لمقاومة للأخطاء حلاً نهائياً للسؤال حول ما إذا كانت هناك حدود نظرية لبناء حواسيب كمية قوية.

في هذا الفصل تناولنا أهم خصائص الجمل المفتوحة الكمية وارتباطها الكبير بالمعلومات الكمية والحوسبة الكمية والتي يمكن بدراستها بناء حجر الأساس لآليات الاتصال ومعالجة المعلومات والتشفير والأمن المتعلقة بالكمبيوترات الكمية، في الفصل القادم سنوضح بالتفصيل كيفية ربطها بأجزاء هذا الفصل.

الفصل الرابع

المعلومات والحوسبة الكمية

في هذا الفصل نقدم الأفكار الأساسية لنظرية المعلومات الكمية والحوسبة الكمية حيث نعرف أولا الوحدة الأساسية في الحوسبة الكمية وهي الكيوبت الذي يقابل البت الكلاسيكي وكيفية تمثيله ثم ننطلق الى البوابات المنطقية الكمية، من المهم أيضا عرض الخوارزميات الكمية وبروتوكول تشفير الكمي، سنتناول اخيرا نظرية اللااستنساخ non-cloning.

1. النظرية الكمية للمعلومات

تتعامل نظرية المعلومات الكمية مع عملية نقل ومعالجة المعلومات انطلاقا من خصائص الجمل الكمية والتي تخضع لقوانين فيزيائية تختلف عن تلك المفروضة على نظيرتها المعلومات الكلاسيكية، وبالتالي لتطوير نظرية معلومات كمية يجب تقديم مفاهيم مختلفة عن تلك الموجودة بنظرية المعلومات الكلاسيكية. كالمفاهيم التي تُعنى بنقل ومعالجة المعلومات باستخدام الارتباطات بين الجمل الجزئية لجملة كمية ما، او بناء عمليات معالجة للمعلومات اعتمادا على خاصية التشابك مثل خوارزمية دويتش-جوزا التي تنفذ مهمة محددة في خطوة حسابية واحدة ما والتي يتطلب عدة خطوات عند أدائها باستخدام أي نظام كلاسيكي، يمكننا القول ان نظرية المعلومات الكمية تُعنى بدراسة حالة معلومات جملة كمية ما وهي الكيان الأساسي المدروس هنا [29][32][35].

1.1. البت الكمي

البت مفهوم أساسي في الحوسبة الكلاسيكية أما الحوسبة الكمية تعتمد على مفهوم البت الكمي (Qubit) وهو كائن فيزيائي كما البت الكلاسيكي يتم تحقيقه كجمل كمية، الربط بين مفهومه الرياضي المجرد والجمل الفيزيائية يعتمد على التعامل مع الاعداد الكمية ككائنات رياضية والتي تصف مقادير فيزيائية متعلقة بتلك الجمل (في تجربة ستيرن-جيرلاخ الموضحة في الفصل الأول نرى إمكانية اخذ خاصية السبين للإلكترونات كتجسيد للكيوبت)، بهذه الطريقة يمكننا بناء نظرية معلومات كمية وحوسبة كمية غير مستقلة عن التجسيد الفيزيائي للكيوبت [11][12][20][21][30][31][32].

كلاسيكيا البت يكون في حالة 0 او 1 اما الكيوبت له حالتين ممكنتين متراكبتين خطيا:

$$1 \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad 0 \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

حالة الكيوبت تمثل بشعاع في فضاء هيلبرت ذو بعدين حيث الحالتين الخاصتين $|0\rangle$ و $|1\rangle$ قواعد متعامدة وتامة لهذا الفضاء، نعبر عن حالة الكيوبت:

$$(1 - 4) \quad |\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

الفصل الرابع: المعلومات والحوسبة الكمية

حيث α و β عددين مركبين، وفقا لميكانيك الكم لا يمكننا الحصول على معلومات دقيقة حول الحالة الكمية عند قياس الكيوبت، بل يمكننا التكلم عن الحصول على الحالة $|0\rangle$ باحتمال $|\alpha|^2$ أو الحالة $|1\rangle$ باحتمال $|\beta|^2$ مع $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. يمكننا كتابة الحالة العامة للكيوبت على الشكل:

$$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$$

حيث:

$$(0 \leq \theta \leq \pi, 0 \leq \phi < 2\pi)$$

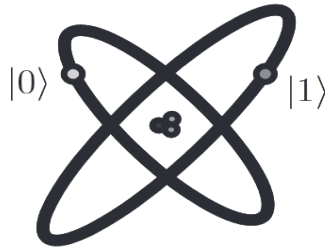
(2 - 4)

$$|\psi\rangle = \begin{bmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2} \end{bmatrix}$$

إذا قلنا ان الكيوبت يمثل في فضاء الاشعة ويتم تحديد معلومات عنه بواسطة المتغيرات α و β او θ و ϕ ، يمكننا استعمال جملة كمية ككيوبت إذا كان من الممكن التعامل معها على النحو التالي:

- يمكن تحضير بعض الحالات الكمية بدقة
- يمكن اجراء تحويل من حالة الى حالة أخرى
- يمكن قياس حالة الكيوبت على الأساس الحسابي computational basis $\{|0\rangle, |1\rangle\}$ باستعمال مؤثرات هرميتية مرتبطة بالقياس

إذا يمكن تجسيد الكيوبت فيزيائيا من خلال سبين نواة متواجدة في حقل مغناطيسي على سبيل المثال او من خلال مستويين الكترونيين في الذرة ففي النموذج الذري يمكن للإلكترون التواجد في حالتين طاقيتين الحالة الأرضية لنعتبرها $|0\rangle$ والحالة المثارة $|1\rangle$ ، بتسليط ضوء على الذرة بطاقة معينة يمكن نقل الإلكترون من الحالة $|0\rangle$ الى الحالة $|1\rangle$.



شكل (1.4): تجسيد كيوبت من خلال مستويات الإلكترون في الذرة

لنفرض انه لدينا جملة كمية مكونة من كيوبتين، إذا هذه الجملة لها أربع حالات كمية مختلفة $00, 01, 10$ و 11 ، نرفق هذه الجملة بفضاء هيلبرتي قواعدده هي اشعة حالات الجملة الأربع $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$

وتكون اشعة الحالة متراكبة خطيا، هذه الحالات مرتبطة بمعاملات مركبة (سعات) ومنه يمكن التعبير عن شعاع حالة الجملة بالعلاقة:

$$|\psi\rangle = \alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle + \alpha_{10}|10\rangle + \alpha_{11}|11\rangle$$

نتيجة القياس ($x = 00, 01, 10, 11$) تقع باحتمال $|\alpha_x|^2$ وشرط التنظيم في هذه الحالة $\sum_x |\alpha_x|^2 = 1$ ، حيث $x \in \{0,1\}^2$ مجموعة طولها 2 وعناصرها 0 او 1، عند قياس كيوبت واحد ليكن الكيوبت الأول، يعطي القياس الحالة 0 باحتمال $|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2$ ويتم إعادة تنظيم الحالة بعد القياس بواسطة المعامل $\sqrt{|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2}$ ، يكون شعاع الحالة بعد القياس:

$$|\psi\rangle = \frac{\alpha_{00}|00\rangle + \alpha_{01}|01\rangle}{\sqrt{|\alpha_{00}|^2 + |\alpha_{01}|^2}}$$

حالة بيل هي جملة مكونة من كيوبتين وهي مهمة جدا كما وضحناها في الفصل الثالث

ليكن لدينا جملة كمية مكونة من n كيوبت، الاشعة القاعدية للفضاء المرفق للجملة هي $|x_1 x_2 x_3 \dots x_n\rangle$ وبالتالي يتم تحديد حالة الكيوبتات في هذه الجملة بواسطة 2^n معامل مركب (سعة احتمال)، على سبيل المثال $n = 1000$ هذا العدد أكبر من عدد الذرات في الكون ولا يكمن بالتالي لاي حاسوب كلاسيكي استيعاب هذه العدد ومن هنا تأتي قوة الحوسبة الكمية.

2.1. كرة بلوخ

كرة بلوخ تسهل تمثيل الكيوبت لأنه يقدم صورة هندسية له وللتحويلات التي يمكن ان تؤثر في حالاته الكمية، وفقا لشرط التنظيم $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ يمكن تمثيل حالة كيوبت بنقطة على كرة تسمى بكرة بلوخ [19][31][30] ويمكن تمثيلها في فضاء ثلاثي الابعاد للإحداثيات الديكارتية

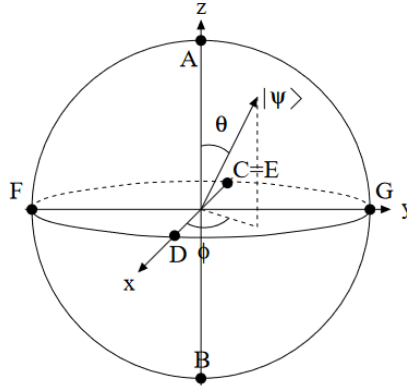
($x = \cos \phi \sin \theta, y = \sin \phi \sin \theta, z = \cos \theta$) وبالتالي يمكن كتابة الحالة (4 - 2) من الشكل:

$$|\psi\rangle = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1+z}{2}} \\ x + iy \\ \sqrt{\frac{1-z}{2}} \end{bmatrix}$$

نقدم تمثيل للكيوبت في كرة بلوخ، النقاط المعينة في التمثيل تعبر عن حالات الكيوبت المختلفة حيث:

$$A = (\alpha = 1, \beta = 0), B = (0, 1), C = E = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right), D = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right), F = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-i}{\sqrt{2}}\right),$$

$$G = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{i}{\sqrt{2}}\right)$$



الشكل (2.4): التمثيل-كرة بلوخ- للحالات السابقة

نلاحظ ان النقطة A اعلى الكرة و B أسفل الكرة يعبران عن الحالة $|0\rangle$ والحالة $|1\rangle$ على التوالي.

2. البوابات المنطقية الكمية

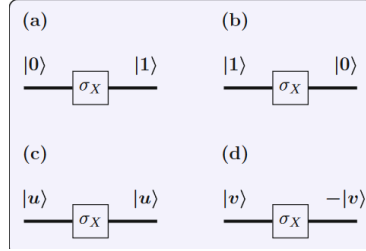
في الفصل الثاني عرفنا عملية الحوسبة كتكوين من البوابات المنطقية المعتمدة على الجبر البولي توصف بالتطبيق $f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}^m$ ، في نموذج الدارات المنطقية تُعتبر اسلاك الادخال n موضع لعناصر المجموع $\{0,1\}^n$ ، نفرض أن السلك يحمل قيمة 0 إذا كان الجهد $V = 0$ وقيمة 1 عندما يكون الجهد $V = V_0$ ، من اجل المجموعة $\{0,1\}^n$ تتكون الحالة 01 من سلكين، حيث يتم تعيين الجهد العلوي على $V = 0$ والجهد السفلي على $V = V_0$ ، البوابات المنطقية تعتبر مفاتيح تعتمد على الجهود الممكنة $V_0, 0, 0V_0, 00, V_0V_0$ لتوليد البت المناسب.

القيمة الأولية للكيوبت يمكن أن تكون في حالة إيقاف $|0\rangle$ أو تشغيل $|1\rangle$ أو تركيبة خطية من شعاعي الحالة، نظرًا لأن المؤثرات في فضاء هيلبرت تعمل كتحويلات خطي لأشعة الحالة وترفق بعملية القياس فهي تعمل كمنظائر كمية للبوابات الكلاسيكية، الفرق بين بوابة منطقة بولينية كلاسيكية وبوابة منطقية كمية هو أن البوابة الكمية يجب أن تكون قابلة للعكس، بوابات AND و OR وغيرها عادة ما تكون غير قابلة للعكس irreversible اما البوابة NOT الكلاسيكية قابلة للعكس ونقصد بالعكس انه يمكن لل NOT^{-1} على سبيل المثال إعادة انتاج المدخل الأصلي ل NOT أي ان البوابة A التي تمتلك نظير inverse A^{-1} ، بحيث $AA^{-1} = A^{-1}A = I$ نقول عنها انها قابلة للعكس.

مصفوفات باولي $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ (الفصل الأول) هي مؤثرات واحدة تعمل كبوابات منطقية كمية، نعبر عن فعل مؤثر باولي σ_x على شعاع الحالة $|0\rangle$ باستعمال تمثيل المصفوفة:

$$\sigma_x|0\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow |1\rangle$$

بنفس الطريقة، نجد أن $\sigma_x|1\rangle = |0\rangle$ ، الشكل ادناه يمثل مخطط لهذه التحولات.



شكل (3.4): مخطط تمثيل مؤثر باولي σ_x كبوابة منطقية

يشار إلى البوابة σ_x كنظير كمي للبوابة NOT ، المؤثر الواحد σ_z هو أيضاً بوابة كمية لديه الخاصية

$\sigma_z|0\rangle = |0\rangle$ و $\sigma_z|1\rangle = -|1\rangle$ وهو نظير لبوابة الطور phase gate ، الغير موجودة كلاسيكياً وهذا يشير إلى تنوع البوابات الكمية.

إذا كان لدينا مدخلات حالة الكيوبت المتراكبة من حالتين $|u\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$

$$\sigma_x|u\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = |u\rangle$$

بالنسبة للحالة $|v\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$ ، يمكن كتابة $\sigma_x|v\rangle = -\sigma_x|v\rangle$ ، المخططين C و D في الشكل السابق توضح تأثير بوابة σ_x على اشعة القاعدة $|u\rangle$ و $|v\rangle$ ويظهر الشكل أن بوابة σ_x تتصرف كبوابة طور phase gate لهذه الحالات.

نعرف المؤثر الواحدي:

$$U = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{pmatrix}$$

الضرب التتسوري للمؤثر مع نفسه نجد أن $UU = \sigma_x$:

$$UU|0\rangle = \sigma_x|0\rangle = |1\rangle$$

$$UU|1\rangle = \sigma_x|1\rangle = |0\rangle$$

أي انه:

$$|0\rangle \xrightarrow{U} |1\rangle$$

$$|1\rangle \xrightarrow{U} |0\rangle$$

الفصل الرابع: المعلومات والحوسبة الكمية

هذه الخارطة الديناميكية تمثل دائرة الكمية، نظرًا لأن تأثير المؤثر U على القاعدة الحسابية مكافئ لتأثير البوابة σ_x ، فإن البوابة U مؤثر لها تأثير الجذر التربيعي لمؤثر البوابة الكمية NOT .

تستخدم بوابة Hadamard هادامار الكمية في الدارات الكمية وتمثيلها المصفوفي:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

التحويلات التالية توضح خصائص مؤثر هادامار:

$$H|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = |u\rangle$$

$$H|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = |v\rangle$$












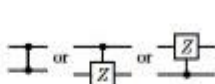



أي انه عند اشعة القاعدة $|0\rangle$ و $|1\rangle$ كمدخلات نحصل على مخرجات من خلال بوابة هادامار هي التراكبات الخطية للحالات $|u\rangle$ و $|v\rangle$

$$|0\rangle \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle + |1\rangle)$$

$$|1\rangle \xrightarrow{H} \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle)$$

في الدارات متعددة الكيوبتات لتكن الجملة المكونة من كيوبتين، الحالات الممكنة هي $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ والبولابات الكمية أيضا هي مؤثرات في الفضاء الهلبرتي المرفق بالجملة وهذه البولابات واحدة كما هو الحال مع الكيوبت المفرد، بعض بوابات الكيوبتات المتعددة لا يمكن التعبير عنها كحالات ضرب مباشر للكيوبتات من بينها بوابة $CNOT$ ، في هذه البوابة المدخلات $|x_1x_0\rangle$ محمولة في سلكي الادخال، $x_i \in \{0, 1\}$ ، لا تتغير حالة x_1 تحت تأثير بوابة $CNOT$ إذا كان $x_1 = 0$ وتعمل البوابة كمؤثر واحد، إذا كان $x_1 = 1$ يتم عكس حالة

البت الثاني [12] [19] [20] [21] [30] [31] [34] [36] [37].

البوابة	الاسم	الدائرة	المصفوفة
NOT/X	Pauli-X or NOT	 or 	$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Z	Pauli-Z or Phase-Flip		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$
Y	Pauli-Y		$\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$
H	Hadamard		$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$
S	Phase Gate		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$
T	T Gate		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/4} \end{bmatrix}$
$\sqrt{\text{NOT}}$	Square-Root of NOT		$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1+i & 1-i \\ 1-i & 1+i \end{bmatrix}$
R_θ	Rotation Gate		$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$
R_ϕ	Phase-Shift		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\phi} \end{bmatrix}$
CNOT	Controlled-NOT or CNOT		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$
CPHASE/CZ	Controlled-Z		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$
SWAP	Swap Gate		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
CCNOT	Toffoli or Controlled-Controlled-NOT		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
C-SWAP	Fredkin or Controlled-SWAP		$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

شكل (4.4): جدول يوضح مصفوفة ودائرة مختلف البوابات المنطقية الكمية [34]

3. الخوارزميات الكمية

من المعروف ان أي مهمة حسابية مثل الجمع أو الضرب تتم وفقاً لخوارزمية ما كمجموعة من التعليمات، الخوارزميات الكلاسيكية تكتب كسلسلة من العمليات المنطقية التي يتم إجراؤها وفقاً لقوانين الفيزياء الكلاسيكية، فيما يتعلق بالحوسبة الكمية ستعتمد على خوارزميات تقوم على الخصائص الكمية وهي الخوارزميات الكمية وهي سلسلة من التطورات الواحدية التي تقوم بها بوابات كمية، تبين خوارزمية شور مثلاً كيفية تحليل عدد مكون من n رقم باستعمال حاسوب كمي بكفاءة عالية جداً [12] [12][21] [31] [32][33][34] [37].

الخوارزمية الكمية دويتش-جوزا تحل مشكلة تحديد ما إذا كانت دالة معينة $f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$ ثابتة أم متوازنة balanced فقط من خلال متغيرات $x \in \{0,1\}^n$ وصور $f(x) \in \{0,1\}$ ، نقول إن f دالة ثابتة إذا كان $f(x) = 0$ لكل $x \in \{0,1\}^n$ ، أو $f(x) = 1$ لكل $x \in \{0,1\}^n$ ، ونقول إن f دالة متوازنة إذا كان $f(x) = 0$ لنصف $x \in \{0,1\}^n$ و $f(x) = 1$ للنصف الآخر من x أي:

$$\{x \in \{0,1\}^n : f(x) = 0\} = \frac{2^n}{2}$$

في الحوسبة الكلاسيكية عدد المتغيرات التي نحتاجها لحل هذه المشكلة يتطلب $2^{n-1} + 1$ متغير، الحساب الكلاسيكي الذي يحدد المخرجات انطلاقاً من المدخلات العشوائية، تسمح لنا خوارزمية دويتش-جوزا بحل هذه المشكلة باستعمال متغير واحد فقط للدالة وباحتمال 1، هذا يشير إلى أهمية الحوسبة الكمية في حل مشكلات معقدة بكفاءة أكبر من الحوسبة الكلاسيكية. يمكن للخوارزميات الكمية تسريع حل مشكلات معينة، خطوات خوارزمية دويتش-جوزا كما يلي:

- تطبيق مصفوفة بولي σ_x على البت رقم $n + 1$
- تطبيق هادامارد H على جميع البتات المجموعة المكونة من $n + 1$ بت
- تطبيق دالة U_f على جميع بتات المجموعة المكونة من $n + 1$ بت
- تطبيق هادامارد H على أول n بت
- قياس أول n بت في القاعدة الحسابية، إذا كانت النتيجة تساوي $0 \dots 0$ (أي تساوي صفراً في جميع البتات الأولى) يكون المخرج 0 أي أن الدالة ثابتة، وإلا يكون المخرج 1 أي أن الدالة متوازنة.

4. التشفير الكمي

يستفيد التشفير الكمي [37][31][39] المعروف أيضًا بتوزيع المفتاح الكمي QKD من مبادئ ميكانيكا الكم من أجل اجراء الاتصالات الخاصة، يرغب الـيس وبوب في تبادل معلومات بينهما وهناك متسلل اخر يرغب في الحصول على تلك المعلومات، في التشفير الكلاسيكي يستخدم مشاركة المفتاح العام في شكل نظام التشفير RSA [38]

والذي يعتمد على درجة الصعوبة العالية في تحليل الأعداد الكبيرة باستخدام خوارزميات كلاسيكية، يمكن للكمبيوتر الكمي تحليل الأعداد بسرعة بالنسبة لبروتوكول، مما يمكنه من الكشف عن الرسائل السرية والقدرة العالية على الاختراق.

يتفوق التشفير الكمي على التشفير الكلاسيكي في أن التجسس السري غير ممكن عند توزيع المفتاح السري الكمي، دعونا نلقي نظرة على أبسط بروتوكول كيوبت ذو حالتين، ترسل الـيس سلسلة أرقام ثنائية مُشفرة في N كيوبت تسمح أليس أيضًا لبوب بمعرفة الحالتين $|0\rangle$ و $|1\rangle$ التي استخدمتها لتشفير 0 و 1 على التوالي. وبناءً على ذلك يقيس بوب كل كيوبت:

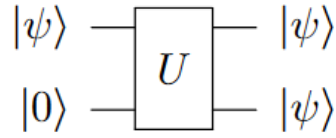
$$\sigma_z = 2|0\rangle\langle 0| - I$$

$$\sigma_x = 2|1\rangle\langle 1| - I$$

نتائج القياسات دائمًا ± 1 ، يحصل بوب على معلومات دقيقة حول الكيوبت الذي تلقاه من أليس على سبيل المثال عندما يعطي قياس σ_z قيمة -1 يمكن أن تكون الحالة المستقبلية فقط $|x\rangle$ وليس $|z\rangle$ وبالتالي يمكن لبوب بأمان تأكيد أن المفتاح للخاص بأليس يحتوي على الصفر في الرقم الثنائي المعطى، بالمثل إذا كانت نتيجة قياس σ_x هي -1 يتأكد بوب أن الرقم المعطى من المفتاح هو 1، بهذه الطريقة يستعيد بوب $1/4$ من المفتاح، يوفر هذا البروتوكول لأليس وبوب نفس التسلسل الثنائي لحوالي $N/4$ رقم والذي يمكنهم استخدامه كمفتاح سري لتشفير اتصالاتهما.

5. نظرية اللا استنساخ No-cloning

تنص النظرية على ان الإجراء الذي يمكنه نسخ حالة كمية غير معروفة غير ممكن، ويعود السبب اساسا إلى مبدأ تأثير القياس على الحالة الكمية فعندما نحاول نسخ حالة غير معروفة يجب أن يتم ذلك دون التأثير على الحالة الأصلية وبالمقابل فعملية النسخ بالضرورة ستؤدي الى التأثير على الحالة وبالتالي استحالة النسخ، في الحقيقة هذا المبدأ هام جدا واساسي في موضوع الأمن والتشفير الكمي، لنحاول القيام بنسخ حالة الكيوبت: $|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ نطبق تحويل واحد يأخذ الحالة $|\psi\rangle$ كمدخل ويعطي نسختين من الحالة $|\psi\rangle$ كمخرج:



المشكلة هي ان هذه التحويل ليس خطي ومنه ليس تحويل واحد ما يشير الى عدم القدرة على نسخ الحالة $|\psi\rangle$ (للتوضيح يمكن تطبيق اجراء على الحالة $|\psi\rangle$ للحصول على نسخ منها وما تنص عليه نظرية اللا استنساخ هو أنه إذا تم تزويدك بحالة $|\psi\rangle$ ولكنها غير معروفة فلن يمكنك نسخها [34].

في هذا الفصل قدمنا بشكل مباشر المفاهيم الأساسية لنظرية المعلومات والحوسبة الكلاسيكية وفي الفصل التالي سنقدم نموذج لبناء بوابات منطقية كمية ونراعي فيه المبادئ التي طرحناها في هذا الفصل.

الفصل الخامس

نموذج الدوران والاهتزاز

في هذا الفصل نقدم مقارنة تعتمد على الاعداد الكمية للاهتزاز ودوران الجزيئات الثنائية لأنشاء البوابات الكمية، اعتمدنا على جزيء أكسد النتريك [42]،

1. تقديم النموذج

عرفنا الكيوبتات الثنائية كحالات اهتزازية ودورانية في المستوى الاساسي الالكتروني، بالاعتماد على خاصية Λ -doubling للجزيئات في الحالة $^2\Pi_{1/2}$ ، للانتقال بين الحالات الكمية للاهتزاز والدوران باستعمال نبضات ليزرية حدية باستخدام نظرية التحكم الحدية متعددة الأهداف (MTOCT)، من اجل انتاج نبضة تؤمن انتقال الجزيئات من حالة كمية الى اخرى، نعتبر الحالات الاربعة التالية ككيوبتات:

$$\left|0_{\vartheta}, \frac{1}{2}_R, +\right\rangle = |0_{\vartheta}, 0_R\rangle$$

$$\left|0_{\vartheta}, \frac{3}{2}_R, -\right\rangle = |0_{\vartheta}, 1_R\rangle$$

$$\left|1_{\vartheta}, \frac{1}{2}_R, +\right\rangle = |1_{\vartheta}, 0_R\rangle$$

$$\left|1_{\vartheta}, \frac{3}{2}_R, -\right\rangle = |1_{\vartheta}, 1_R\rangle$$

نظرية MTOCT، تعطينا تراكيب من الحالات الذاتية تحت تأثير التفاعل بين عزم ثنائي القطب الناتج عن اختلاف الذرتين في الجزيء من الشكل:

$$E(t) = -\frac{S(t)}{z\alpha_0} \Im m \left\{ \sum_{k=1}^z \langle \psi_{ik}(t) | \psi_{fk}(t) \rangle \langle \psi_{fk}(t) | \mu | \psi_{ik}(t) \rangle \right\}$$

بأخذ دالة الحالة من الشكل:

$$\psi(\vec{r}, \vec{R}, t) = \sum_{v,j,\sigma} A_{v,j,\sigma}(t) e^{-\frac{i}{\hbar}E(v,j,\sigma)t} |v,j,\sigma\rangle$$

نعيد كتابة معادلة شرودينجر من اجل تطور الحالة الابتدائية من الشكل:

$$\dot{A}_{s'}^i(t) = \frac{iE(t)}{\hbar} \sum_s e^{-\frac{i}{\hbar}[E(s)-E(s')]t} A_s^i(t) \langle s' | \mu | s \rangle$$

ومن اجل تطور الحالة النهائية من الشكل:

$$\dot{A}_s^f(t) = \frac{iE(t)}{\hbar} \sum_s e^{-\frac{i}{\hbar}[E(s)-E(s')]t} A_s^f(t) \langle s' | \mu | s \rangle$$

والحل الليزري من الشكل:

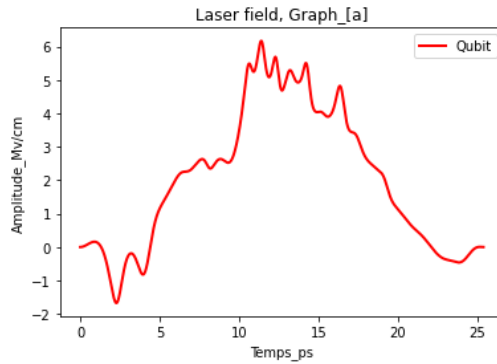
$$E(t) = -\frac{S(t)}{z\alpha_0\hbar} \text{Im} \left[\sum_{a=1}^z A_a^{f*}(t) A_a^f(t) \times \sum_{a,b=1}^z A_a^{f*}(t) A_b^i(t) e^{-\frac{i}{\hbar}(E(b)-E(a))t} \langle a|\mu|b\rangle \right]$$

بالانتقال بين الحالات المختارة سابقا نحقق البوابات المنطقية كما وضعناها في الفصل الرابع.

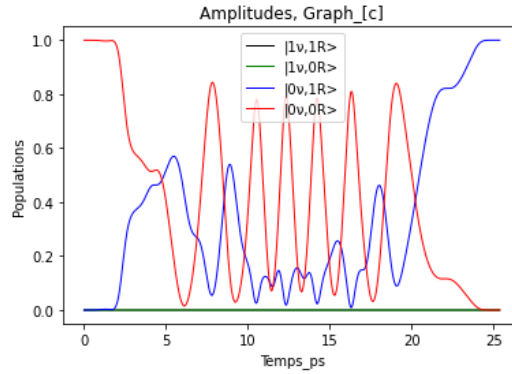
فيما يلي سنعرض بعض البوابات المنطقية الكيوبتات الموافقة على شكل نبضة ليزرية تحقق الانتقال بين الحالات.

2. نتائج النموذج

نتائج تحقيق الانتقال $|0_v, 0_R\rangle \rightarrow |0_v, 1_R\rangle$ والممثلة لبوابة not_R :

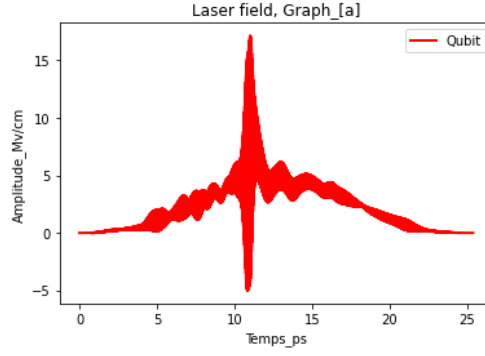


نبضة الليزر المستخدمة لتحقيق التحويل

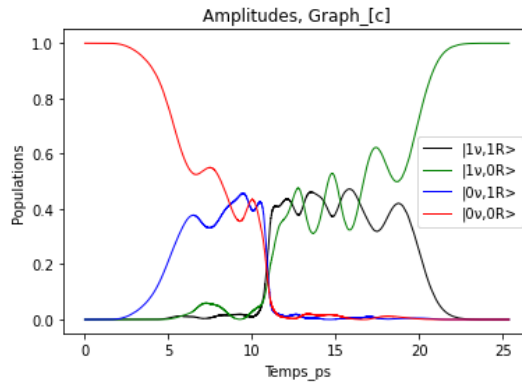


الانتقال $|0_v, 0_R\rangle \rightarrow |0_v, 1_R\rangle$

نتائج تحقيق الانتقال $|0_v, 0_R\rangle \rightarrow |1_v, 0_R\rangle$ والممثل لبوابة not_v :

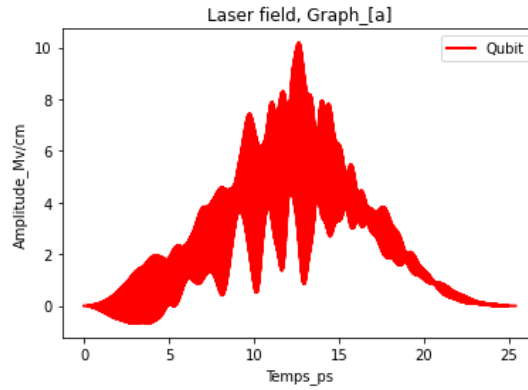


نبضة الليزر المستخدمة لتحقيق التحويل

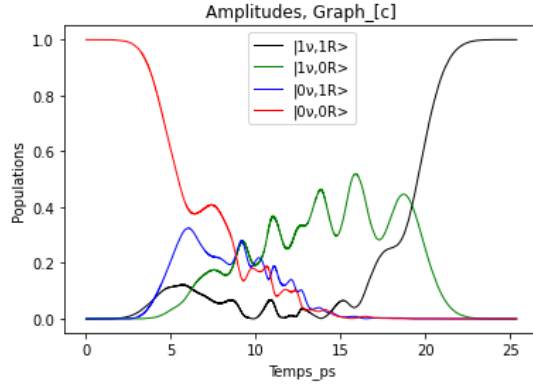


الانتقال $|0_{\vartheta}, 0_R\rangle \rightarrow |1_{\vartheta}, 0_R\rangle$

نتائج الانتقال $|0_{\vartheta}, 0_R\rangle \rightarrow |1_{\vartheta}, 1_R\rangle$ الممثل للبوابة $not_{\nu R}$:

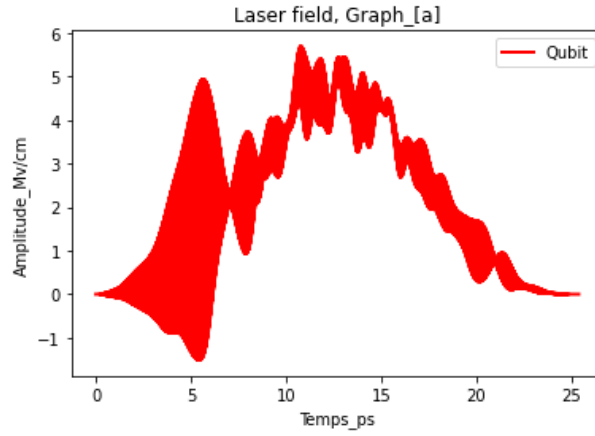


نبضة الليزر المستخدمة لتحقيق التحويل

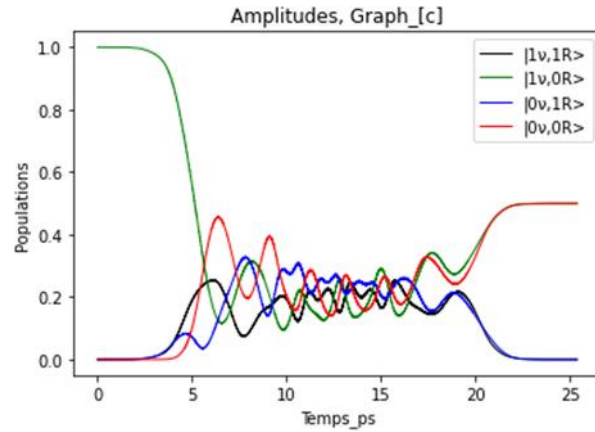


الانتقال $|0_{\theta}, 0_R\rangle \rightarrow |1_{\theta}, 1_R\rangle$

نتائج الانتقال $|1_{\theta}, 0_R\rangle \rightarrow |0_{\theta}, 0_R\rangle - |1_{\theta}, 0_R\rangle$ الممثلة لبوابة هادامار Hdm_R



نبضة الليزر المستخدمة لتحقيق التحويل



الانتقال $|1_{\theta}, 0_R\rangle \rightarrow |0_{\theta}, 0_R\rangle - |1_{\theta}, 0_R\rangle$

من اجل توضيح ان بناء بوابات منطقية اعتمادا الاعداد الكمية المرتبطة بالدوران واهتزاز الجزيئات مناسب عمليا، من خلال برنامج يحسب معامل الجودة الذي يمثل نسبة الجزيئات التي تنتقل من الحالة الابتدائية المختارة الى الحالة النهائية المرجوة كانت النتيجة 99,99%

الخاتمة

الخاتمة

قدمنا في هذه المذكرة مدخل عام حول المعلومات الكمية والحوسبة الكمية، من خلال طرح المفاهيم الأساسية في ميكانيك الكم كالأعداد الكمية، مصفوفة الكثافة، مختلف التمثيلات للنظرية بالإضافة الى مصفوفات باولي، وقدمنا تعريف مبسط عن المعلوماتية الكلاسيكية فوضحنا أيضا كيفية التعامل مع البوابات المنطقية كعملية قياس على الكيوبتات، والتي سنزوج بينها وبين ميكانيك الكم لإنتاج المعلومات الكمية، ثم تطرقنا الى دراسة الجمل الكمية المفتوحة والتي تقدم لنا طريقة التعامل مع الدارات الكمية والجمل المُمثلة للكيوبت، وضحنا أيضا كيفية استعمال خاصية التشابك في نقل المعلومات ثم ادرجنا وصف للتشفير الكمي والخوارزميات الكمية.

بينما الحواجز امام بناء كمبيوترات كمية والمتمثل أساسا في ظاهرة فك الترابط بين الجمل الكمية المفتوحة تلك حيث يجب ان لا تتفاعل الجملة الكمومية مع الخارج، سيصبح بمثابة جهاز قياس وهكذا تتلاشى التصرفات الكمومية، نذكر ايضا الان انه من بين العوائق تقنية التجميع حيث تحتاج أجهزة الكمبيوتر الكمية إلى تقنيات تجميع متقدمة ومواد فعالة للحفاظ على درجات الحرارة المنخفضة جدًا، اما فيما يخص نظرية المعلومات الكمية لاتزال هناك نقص في تطوير بروتوكولات المناسبة في التعامل مع الضوضاء تحت اطار نظرية تصحيح الخطأ، تجاوز هذه الحواجز يتطلب جهودًا مشتركة من المجتمع العلمي والصناعي لتطوير التكنولوجيا وتحقيق الاستفادة القصوى من إمكانيات الكمبيوترات الكمية.

يترتب على بناء الكمبيوترات الكمية وفقا للخصائص التي ادرجناها في عملنا العديد من التطبيقات المميزة جدا في مجال محاكاة البنية الفراغية للمركبات العضوية مما يوفر سرعة كبيرة جدا في تطوير الادوية الطبية، كذلك في مجال التنبؤ بالطقس، مجال تعلم الآلة مع الجانب الأساسي المتمثل في التشفير وسرعة المعالجة والامن...

قائمة المراجع

- [1] Zettili, N. (2009). Quantum mechanics: concepts and applications.
- [2] Griffiths, D. J., & Schroeter, D. F. (2018). Introduction to quantum mechanics. Cambridge university press.
- [3] Nolting, W. (2017). Theoretical Physics 6. Springer International Publishing.
- [4] Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (2013). Quantum mechanics: non-relativistic theory (Vol. 3). Elsevier.
- [5] Xiang, T. (2023). Density Matrix and Tensor Network Renormalization. Cambridge University Press.
- [6] Karl Blum 'Density Matrix Theory and Applications' Third Edition
- [7] Sakurai, J. J., Fu Tuan, S., & Newton, R. G. (1986). Modern quantum mechanics.
- [8] Feynman, R. P., Leighton, R. B., & Sands, M. (1965). Lectures on physics, Volume III, quantum mechanics.
- [9] Breuer, H. P., & Petruccione, F. (2002). The theory of open quantum systems. OUP Oxford.
- [10] Attal, S. (2006). Open Quantum Systems I: The Hamiltonian Approach (Vol. 1). Springer Science & Business Media.
- [11] Furusawa, A., & Van Loock, P. (2011). Quantum teleportation and entanglement: a hybrid approach to optical quantum information processing. John Wiley & Sons.
- [12] Manenti, R., & Motta, M. (2023). Quantum information science. Oxford University Press.
- [13] Bokulich, A., & Jaeger, G. (Eds.). (2010). Philosophy of quantum information and entanglement. Cambridge University Press.
- [14] Browne, D. E. (2005). Generation and manipulation of entanglement in quantum optical systems. arXiv preprint quant-ph/0507037.

- [15] Eisert, J. (2006). Entanglement in quantum information theory. arXiv preprint quant-ph/0610253.
- [16] Wallach, N. R. (2013). Quantum computing and entanglement for mathematicians. Written Report.
- [17] Bacon, D. M. (2001). Decoherence, control, and symmetry in quantum computers. University of California, Berkeley.
- [18] Zdzislaw Meglicki February 'Introduction to Quantum computing' 5,2002
- [19] Le Bellac, M. (2006). A short introduction to quantum information and quantum computation. Cambridge university press.
- [20] Ollivier, H. (2004). Elements of quantum information theory decoherence and error correcting codes (Doctoral dissertation, thesis, INRIA-CODES).
- [21] Fundamentals of Quantum Information-Springer Lecture Notes in Physics587(2002)
- [22] Bouwmeester, D., Pan, J.W., Mattle, K., Eibl, M., Weinfurter, H. and Zeilinger, A., 1997. Experimental quantum teleportation. Nature, 390(6660), pp.575-579.
- [23] B. Cirel'son (Tsirelson), Lett. Math. Phys. 4, 93 (1980)
- [24] Boyer M, Brassard G, Høyer P, Tapp A. Tight bounds on quantum searching. Fortschritte der Physik: Progress of Physics. 1998 Jun;46(4-5):493-505.
- [25] Chuang, Isaac L., Debbie W. Leung, and Yoshihisa Yamamoto. "Bosonic quantum codes for amplitude damping." Physical Review A 56, no. 2 (1997): 1114.
- [26] Gottesman, Daniel, and Isaac L. Chuang. "Demonstrating the viability of universal quantum computation using teleportation and single-qubit operations." Nature 402, no. 6760 (1999): 390-393.
- [27] Aharonov, Dorit, and Michael Ben-Or. "Fault-tolerant quantum computation with constant error." In Proceedings of the twenty-ninth annual ACM symposium on Theory of computing, pp. 176-188. 1997.
- [28] Gottesman, Daniel. "Theory of fault-tolerant quantum computation." Physical Review A 57, no. 1 (1998): 127.
- [29] Jaeger, G. (2009). Entanglement, information, and the interpretation of quantum mechanics. Springer Science & Business Media.
- [30] Zygelman, B. (2018). A first introduction to quantum computing and information. Springer International Publishing.
- [31] Benenti, G., Casati, G., & Strini, G. (2004). Principles of quantum computation and information-volume I: Basic concepts. World scientific.

- [32] Nielsen, M. A., & Chuang, I. L. (2010). Quantum computation and quantum information. Cambridge university press.
- [33] Lambropoulos, P., & Petrosyan, D. (2007). Fundamentals of Quantum Information (pp. 211-249). Springer Berlin Heidelberg.
- [34] Aaronson, S. (2022). Introduction to quantum information science II lecture notes.
- [35] Kok, P., & Lovett, B. W. (2010). Introduction to optical quantum information processing. Cambridge university press.
- [36] Hayashi, M., Ishizaka, S., Kawachi, A., Kimura, G., & Ogawa, T. (2014). Introduction to quantum information science. Springer.
- [37] Batle-Vallespir, J. (2006). Characterization of Quantum Entangled States and Information Measures. arXiv preprint quant-ph/0603124.
- [38] Rivest, R.L., Shamir, A. and Adleman, L., 1978. A method for obtaining digital signatures and public-key cryptosystems. Communications of the ACM, 21(2), pp.120-126.
- [39] Diósi, L. (2011). A short course in quantum information theory: an approach from theoretical physics (Vol. 827). Springer.
- [40] <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/Electronic/and.html#c1>
- [41] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:RTL_NOT_Gate.svg
- [42] Bouaouina Barkat, Merred Mahmoud, Boudjaadar Djamal, Janos polony Qubits constructed on the vibrational and rotational states of the diatomic molecules

الملخص

المعلومات والحوسبة الكمية مجال واعد يقدم الإطار النظري لبناء كمبيوترات خارقة تعتمد على قوانين ميكانيك الكم وتستغل خصائصها المختلفة، هذه المذكرة تعتبر مدخل عام عن هذه النظرية، أدرجنا فيها كيفية الانطلاق من المبادئ الأساسية في ميكانيك الكم والوصول الى بناء نسخة كمية من مكونات الحواسيب الكلاسيكية من حيث software و hardware، ثم قدمنا نموذج كمي لبناء بوابات منطقية تعتمد على الاعداد الكمية لاهتزاز ودوران الجزيئات الثنائية لأكسد النتريك.

Abstract

Quantum information and computing is a promising field that provides the theoretical framework for building supercomputers based on the laws of quantum mechanics and exploiting their various properties. This memorandum is considered a general introduction to this theory. We have included how to start from the principles of quantum mechanics and proceed to build a quantum version of the components of classical computers in terms of software and hardware. Then, we presented a quantum model for constructing logical gates based on the quantum numbers of vibration and rotation of diatomic molecules of nitric oxide.

